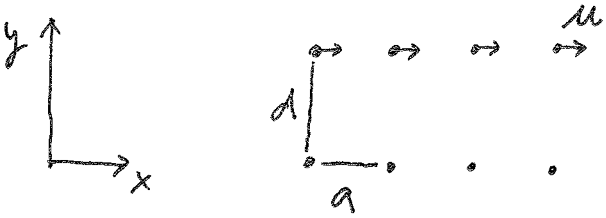
$\boxed{\text{Plastické deformácie}}$

Exp. fakt: po prekročení σ_c sa každý materiál deformuje plasticky (t.j. nevratne)

Elementárny odhad σ_c:



obr. 1

malé $\frac{u}{d}$: $\sigma = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \approx \mu \frac{u}{d}$

nulová vratná sila pre $u = 0, \pm\frac{a}{2}, \pm a, \ldots$ → jednoduchý model $\sigma = \sigma(u)$:

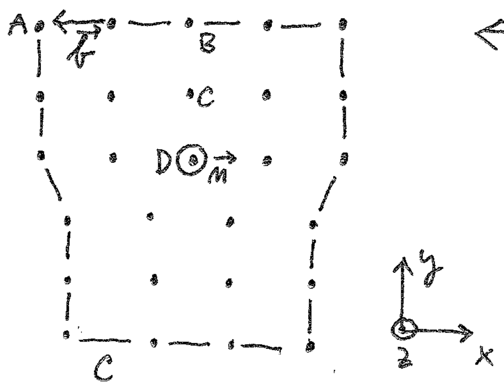
→ $\boxed{\sigma \approx \frac{\mu a}{2\pi d} \sin \frac{2\pi u}{a}}$ → reprodukuje teóriu pružnosti pre $u \to 0$

→ plastická deformácia kryštálu možná pre $\boxed{\sigma > \sigma_c = \frac{\mu a}{2\pi d}}$

experimentálne hodnoty σ_c rádovo menšie ako teoretický odhad

vysvetlenie: dislokácie

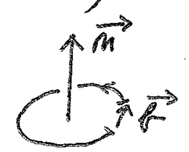
Dislokácia: čiarový defekt v materiáli



← príklad: hranová dislokácia $\parallel z$ ≈ vložená rovina BCD

Burgersov vektor $\vec{b}$ = vektor, ktorým treba doplniť slučku pri obehu proti smeru hodinových ručičiek (začiatok v A: 5x dole, 3x doprava, 5x hore, 3x doľava + $\vec{b}$)

Alternatívna definícia: $\boxed{\oint_C d\vec{u} = -\vec{b}}$



Burgersov vektor $\vec{b}$ = vektor mriežky (aby sa pole deformácií ďaleko od dislokačnej čiary zahojilo) → minimálna nenulová hodnota je kvantovaná

↓

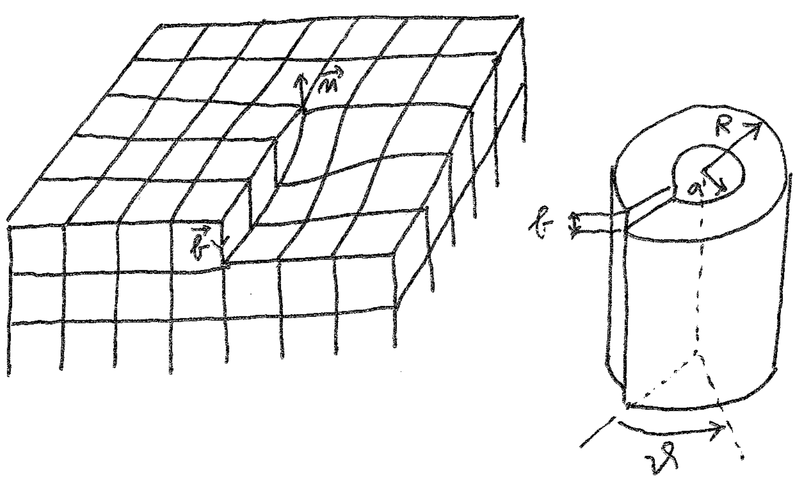
dislokácia nemôže spojite vymiznúť

↓

$\boxed{\text{STABILITA !}}$

hranová dislokácia: $\vec{n} \perp \vec{b}$

Príklad 2: skrutková dislokácia ≈ zarezaný a natlačený kryštál



front natlačenia: dislokačná čiara

vidno: $\vec b \parallel \vec u$

Energia podľa teórie pružnosti:

$$\vec u = \left(0, 0, \frac{\vartheta b}{2\pi}\right) \text{.. vektor posunutia}$$

$$\vartheta = \mathrm{arctg}\,\frac{y}{x}$$

$$u_{xx} = u_{yy} = u_{zz} = u_{xy} = u_{yx} = 0$$

$\searrow$ $\nabla\cdot\vec u = 0$

(čistá šmyková deformácia)

$$\left.\begin{aligned} u_{yz} &= u_{zy} = \frac{b}{4\pi}\frac{x}{r^2} \\ u_{xz} &= u_{zx} = -\frac{b}{4\pi}\frac{y}{r^2} \end{aligned}\right\} \propto \frac{1}{r} \quad (r\to\infty)$$

$$E_{el.} = \int dV\, \mu\, u_{ij} u_{ij} = 2\mu \int dV \frac{x^2+y^2}{r^4} = \frac{\mu b^2}{4\pi}\int dz \int_a^R \frac{dr}{r}$$

elastická energia

a = rozmer jadra

R = rozmer kryštálu

$$E = E_{jadro} + \frac{\mu b^2}{4\pi} L \ln\frac{R}{a}$$

L ↓ dĺžka dislokácie

$\ln\frac{R}{a}$ → logaritmus je pomalá funkcia. číslo rádu 1

Energia na jednotku dĺžky: $\boxed{\varepsilon = \alpha \mu b^2}$ α = číslo rádu 1

Prírastok energie pri natiahnutí o dz: $dE = \varepsilon\, dz$

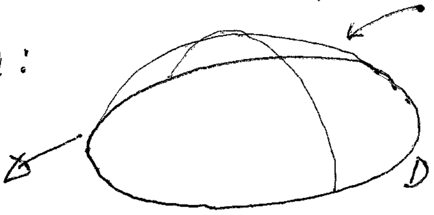
→ dislokácia ≈ pružná struna napínaná silou ε:

Poznámka:

dislokačná čiara nemôže končiť vnútri kryštálu → 2 možnosti:

1. dislokačná čiara spája 2 povrchy kryštálu
2. dislokačná čiara vytvára uzavretú slučku v kryštáli (D)

Volterra:

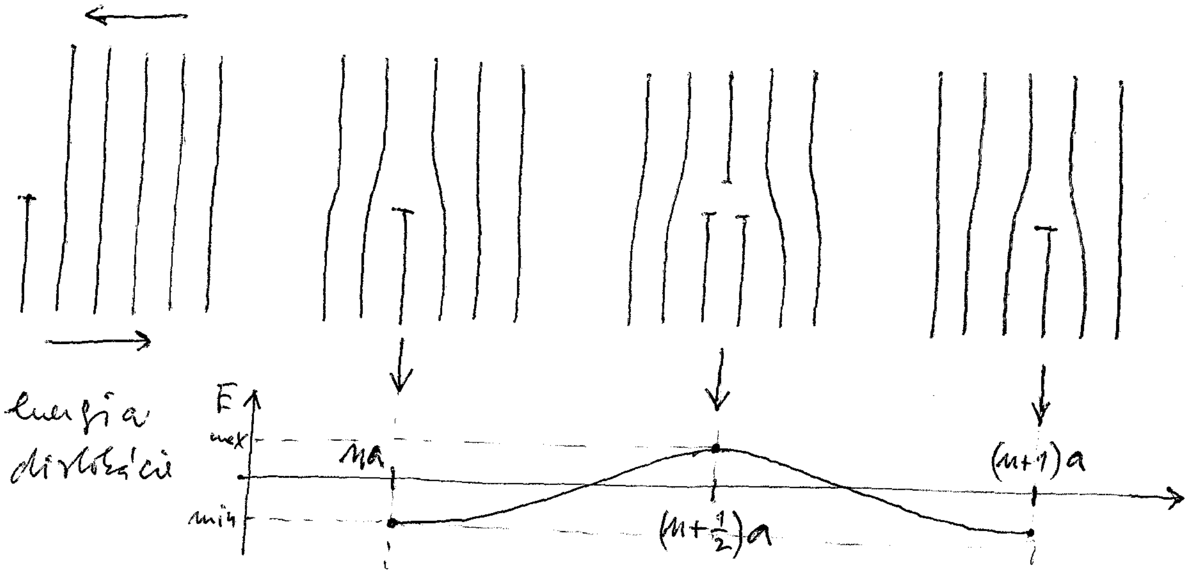


Plocha Σ s hranicou D

Kryštál "rozrezaný" pozdĺž Σ; plochy rezu navzájom posunuté o $\vec b$

čiara má zmiešaný hranovo-skrutkový charakter

Plastická deformácia ako pohyb dislokácie:



$E_{PN} = \varepsilon_{PN} \cdot L$

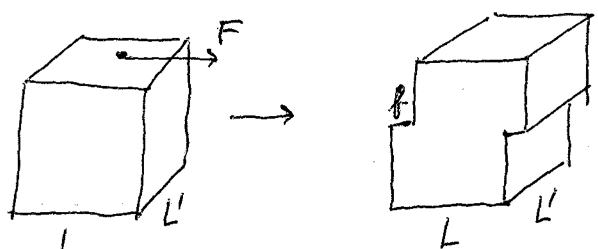
dĺžka dislokácie kolmo na papier

$\mathcal{E}_{PN}$ = energia Peierls-Nabarro na jedn. dĺžky

→ maximálna kotviaca sila na jedn. dĺžky: $\boxed{f_{max} \sim \frac{\varepsilon_{PN}}{a}}$ (1)

- Silové pôsobenie napäťového poľa na dislokáciu:

zmena energie (vykonaná práca) pri deformácii:



$\delta E = F \cdot b = \sigma L L' b$

na druhej strane, energiu možno chápať ako posunutie dislokácie dĺžky L' o L:

$\delta E = \underbrace{f \cdot L'}_{} \cdot L$ ↙ sila na jednotku dĺžky

sila na dislokáciu $= f \cdot L'$

→ porovnaním máme $\boxed{f = \sigma b}$ (2)

- Kritické napätie za pohyblivosti dislokácie:

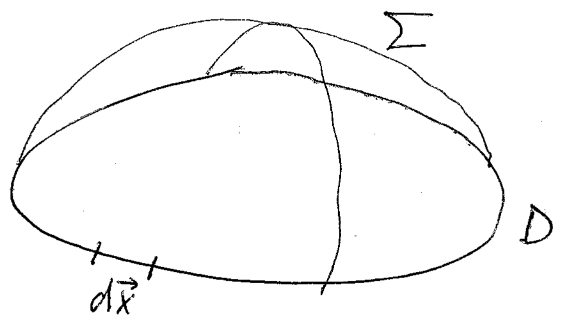
porovnaním (1,2) $\boxed{\sigma_c \sim \frac{\varepsilon_{PN}}{ab}} \ll \frac{\mu a}{2\pi d}$, lebo ε_{PN} (modulácia energie dislokácie) je malé

→ kovy sú kujné, lebo ε_{PN} je malé

Akým smerom pôsobí sila z rovnice (2)?

energia dislokačnej slučky v napäťovom poli σ_{ij}:

$$E = - b_k \oint_{\Sigma} dS_j \, \sigma_{kj}$$



posunieme element $d\vec{x} = \vec{n}\, dl$ dislokačnej slučky o $d\vec{R}$:

prírastok plochy: $d\vec{S} = d\vec{R} \times d\vec{x}$

$$dS_j = \varepsilon_{jlm} \, dR_l \, dx_m$$

sila na element

$$dE = - b_k \sigma_{kj} dS_j = - b_k \sigma_{kj} \varepsilon_{jlm} dR_l dx_m \equiv - dF_l \cdot dR_l$$

$$\rightarrow \quad dF_l = \varepsilon_{lmj} n_m \sigma_{kj} b_k \, dl$$

$$f_l = \frac{dF_l}{dl} = \varepsilon_{lmj} n_m \sigma_{kj} b_k$$ ... sila na jednotku dĺžky

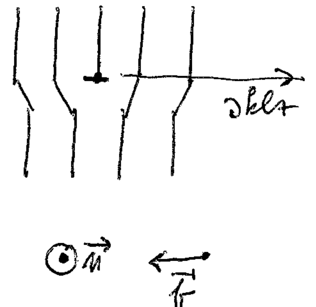
alebo $\boxed{\vec{f} = \vec{n} \times (\bar{\bar{\sigma}} \cdot \vec{b})}$ kde sme zaviedli $(\bar{\bar{\sigma}} \cdot \vec{b})_j = \sigma_{jk} b_k$

Poznámka. Nie je očividné, že znamienko sily je správne. Na cvičeniach sa ukáže, že znamienko vychádza rozumne.

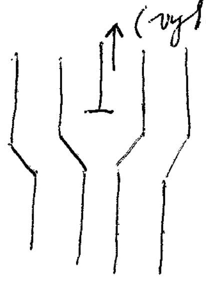
Pohyb dislokácií

- z Volterrovej konštrukcie vidno, že element dislokácie $d\vec{x}$ sa môže kĺzať v rovine vytvorenej z $d\vec{x}$, $\vec{b}$ = SKLZOVÁ ROVINA
- pohyb v smere kolmom vyžaduje pridávať alebo uberať materiál → potrebné difúzne procesy → realizácia pri vyšších T

Príklad: (hranová disl.)



Šplhanie:



(vyťahovať vloženú rovinu)