

Vodivost kovov a polovodičů

1. Kory: Boltzmann: $\frac{1}{\hbar} e \vec{E} \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{k}} = - \frac{f - f_0}{\tau_k}$

$$f = f_0 + g(\vec{k})$$

↓
rovnovážná distrib. funkce

$$g_k = - \frac{\tau_k e \vec{E}}{\hbar} \cdot \left(\frac{\partial f_0}{\partial \vec{k}} + \frac{\partial g}{\partial \vec{k}} \right)$$

Počítáme $g(\vec{k})$ s přesností do E^1 :

$$g_k \approx \tau_k e \vec{E} \cdot \vec{v}_k \left(- \frac{\partial f_0}{\partial \epsilon} \right)$$

Proudová hustota:

$$\vec{j} = \frac{2e}{\Omega} \sum_{\vec{k}} f_{\vec{k}} \vec{v}_{\vec{k}} = \frac{2e^2}{\Omega} \sum_{\vec{k}} \delta(\epsilon_k) \tau_k \vec{v}_{\vec{k}} (\vec{E} \cdot \vec{v}_{\vec{k}})$$

(použili jsme $\sum_{\vec{k}} f_{\vec{k}} \vec{v}_{\vec{k}} = 0 \rightarrow$ 1. j. v rovnovážné veliké proud)

Můžeme psát: $j_i = \sigma_{ij} E_j$

$$\sigma_{ij} = \frac{2e^2}{(2\pi)^3} \oint d^3k \delta(\epsilon_k) \tau_k v_k^i v_k^j$$

→ symetrický tenzor $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$
vhodnou volbou vřazení
můžeme dostat $\begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix}$

Vo vřetecnosti $\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$

Kulické krystalky: $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$; křehomické: $\sigma_1 = \sigma_2 \neq \sigma_3$

$$\int d^3k = \oint d^2k \int dk_{\perp}$$

↓
integrál po dří
Fermiho plochy

↓
integrál kolmo
na Fermiho plochu

$$\int dk_{\perp} \delta(\epsilon_k) = \int dk_{\perp} \delta(\hbar v_k k_{\perp}) = \frac{1}{\hbar v_k}$$

$$\sigma_{ij} = \frac{2e^2}{(2\pi)^3 \hbar} \oint \frac{d^2k}{v_k} v_k^i v_k^j \tau_k$$

Spec. případ: isotropní systém $\rightarrow \sigma = \frac{2e^2}{(2\pi)^3 \hbar} \frac{4\pi k_F^2}{v_F} \frac{v_F^2}{3} \tau$

2

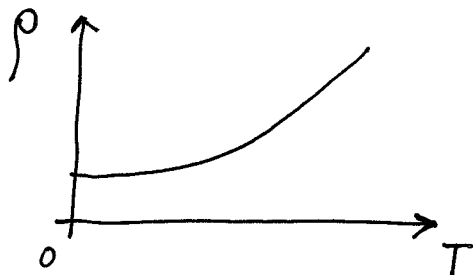
Môžno písať:

$$\sigma = \frac{n e^2 \tau}{m^*}$$

Drudeho formula

(použili sme $v_F = \frac{\hbar k_F}{m^*}$, $n = \frac{k_F^3}{3\pi^2}$)

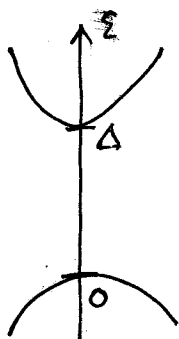
Závislosť od teploty: $n = \text{const}$ a τ rastie so zvyšovaním teploty
 $m^* = \text{const}$ (akékoľvek rozptyly na miestach)



← Typická klesajúca závislosť
 menšieho odporu teploty

2. Polovodiče : izolanty s malým takýmto pášom Δ } klesajúca závislosť
 napr. Si: $\Delta = 1.14 \text{ eV}$ } σ dominujúce
 závisť od n

① Koncentrácia vlastných nosičov



elektróny: $n = \int_{\Delta}^{\infty} d\varepsilon N_c(\varepsilon) f(\varepsilon)$

$$n = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_e}{\hbar^2} \right)^{3/2} \int_{\Delta}^{\infty} d\varepsilon \sqrt{\varepsilon - \Delta} \frac{e^{-\frac{\varepsilon - \mu}{T}}}{e^{\frac{\varepsilon - \mu}{T}} + 1}$$

Predpoklad: $\Delta - \mu \gg T$

$$n = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_e}{\hbar^2} \right)^{3/2} \int_{\Delta}^{\infty} d\varepsilon \sqrt{\varepsilon - \Delta} e^{-\frac{\mu - \varepsilon}{T}}$$

$$\int_0^{\infty} dx \sqrt{x} e^{-x} = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

$$n = 2 \left(\frac{m_e T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} e^{-\frac{\mu - \Delta}{T}} \quad (1)$$

dierny (t.j. absencia elektrónov vo valenčnom pásce)

$$p = \int_{-\infty}^0 d\varepsilon N_h(-\varepsilon) [1 - f(\varepsilon)] = e^{-\mu/T} \int_0^{\infty} d\varepsilon N_h(\varepsilon) e^{-\varepsilon/T}$$

↑
predpoklad: $\mu \gg T$

$$p = 2 \left(\frac{m_h T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} e^{-\mu/T} \quad (2)$$

Z elektroneutrality $n = p$ dostaneme

$$\mu = \frac{\Delta}{2} + \frac{3T}{4} \ln \frac{m_h}{m_e}$$

a potom

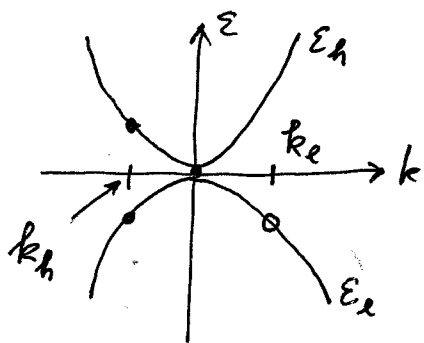
$$n = p = 2 \left(\frac{T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} (m_e m_h)^{3/4} e^{-\frac{\Delta}{2T}} \rightarrow \text{platí pre } \Delta \gg 2T$$

pre Si pri izbovej teplote

$$n = p \sim 6 \cdot 10^{13} / \text{cm}^3$$

③ pojem dierny

dierna = absencia elektrónov (vlastne je katión plus prázdny)



hybnosť dierny $\rightarrow \vec{k}_h = -\vec{k}_e$ = hybnosť systému oproti plnému pásu

energia dierny $\rightarrow E_h(\vec{k}_h) = -E_e(\vec{k}_e)$ = energia systému oproti plnému pásu

• rýchlosť dierny $\vec{v}_h = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E_h}{\partial \vec{k}_h} = -\frac{1}{\hbar} \frac{\partial E_e(\vec{k}_e)}{\partial \vec{k}_h} = -\frac{1}{\hbar} \frac{\partial E_e}{\partial \vec{k}_e} \frac{\partial \vec{k}_e}{\partial \vec{k}_h} = \vec{v}_e$

• pohybová rovnica $\hbar \dot{\vec{k}}_e = -|e|(\vec{E} + \vec{v}_e \times \vec{B})$
 $\hbar \dot{\vec{k}}_h = +|e|(\vec{E} + \vec{v}_h \times \vec{B})$ ← častica s nábojom $+|e|$

• súčet neseň elektrónom = ~~$-|e|\vec{v}_e$~~ $-|e|\vec{v}_e$
 diernom = $+|e|\vec{v}_h$

4

$$\text{celkový proud (kurzota)} = -|e| \int \frac{d^3k}{4\pi^3} \vec{v}_k = +|e| \int \frac{d^3k}{4\pi^3} \vec{v}_k$$

obs. slary netto. slary

(oba výrazy ekvivalentné, lebo $\int_{BZ} \frac{d^3k}{4\pi^3} \vec{v}_k = 0$)

© Primesne' slary v Si

fosfor $P = [\text{Ne}] 3s^2 3p^3 = \text{Si} + 1e^- + 1\text{proton} : \text{DONOR}$

hliník $\text{Al} = [\text{Ne}] 3s^2 3p^1 = \text{Si} - 1e^- - 1\text{proton} : \text{AKCEPTOR}$

• Donorové slary

$$H_{\text{eff}} = \underbrace{\Delta + \frac{\vec{p}^2}{2m_e^*}}_{\text{kvantové kváliky}} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_R r} \quad \begin{array}{l} \text{tlačenie!} \\ \text{potenciál od prebytočného protonu} \end{array}$$

keďže $\rightarrow$ platí na radiálnom riadku $\gg$ mriežk. konšt.

"atóm vodíka" $\rightarrow$ zákl. stav: $E_D = \Delta - \frac{me^4}{2 \cdot (4\pi\epsilon_0\hbar)^2} \cdot \frac{m_e^*}{m\epsilon_R^2}$

73.6 eV

$\frac{m_e^*}{m} \sim 0.2, \epsilon_R \approx 12 \rightarrow \boxed{\Delta - E_D \approx 0.044 \text{ eV}}$ $\Delta - E_D \ll \Delta$
 $\Delta - E_D \sim T$ (pre izoterm lepšy)

Nech polomer zákl. stavu je R .

Ma'ime $\frac{R}{a_B} = \frac{m}{m_e^*} \cdot \epsilon_R \rightarrow R \sim 100 \text{ Å} \gg$ mriežk. konšt.
 $\rightarrow$ Bohrov polomer (platí kválikas. približenie)

• Akceptorové slary

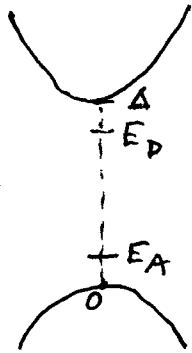
$$H_{\text{eff}} = -\frac{\vec{p}^2}{2m_h^*} + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_R r} \rightarrow \text{odpudivý potenciál (chýbajúci proton)}$$

Dieťový stav:

$$H_{\text{eff}} = \frac{\vec{p}^2}{2m_h} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_R r} \rightarrow \text{zákl. stav} = -13.6 \text{ eV} \cdot \frac{m_h^*/m}{\epsilon_R^2}$$

akceptorové slany v elektrovném ohaze: $E_A = +13.6 \text{ eV} \cdot \frac{m_0^*/m}{\epsilon_R^2}$ 5
pre Al v Si: $E_A = 0,057 \text{ eV}$

⑤ Štatistika elektrovn v polovodiči



↑
Elektrovný ohaz

1) dofovanie typu n: Donory, konc. N_D

pre $T \gtrsim \Delta - E_D$ je $n \approx N_D$

novice náboja: dominantne elektrovy
(pre $N_D \gtrsim 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ pri i.t. T)

2) dofovanie typu p: akceptory, konc. N_A

pre $T \gtrsim E_A$ je $p \approx N_A$

novice náboja: dominantne diery
(pre $N_A \gtrsim 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ pri i.t. T)