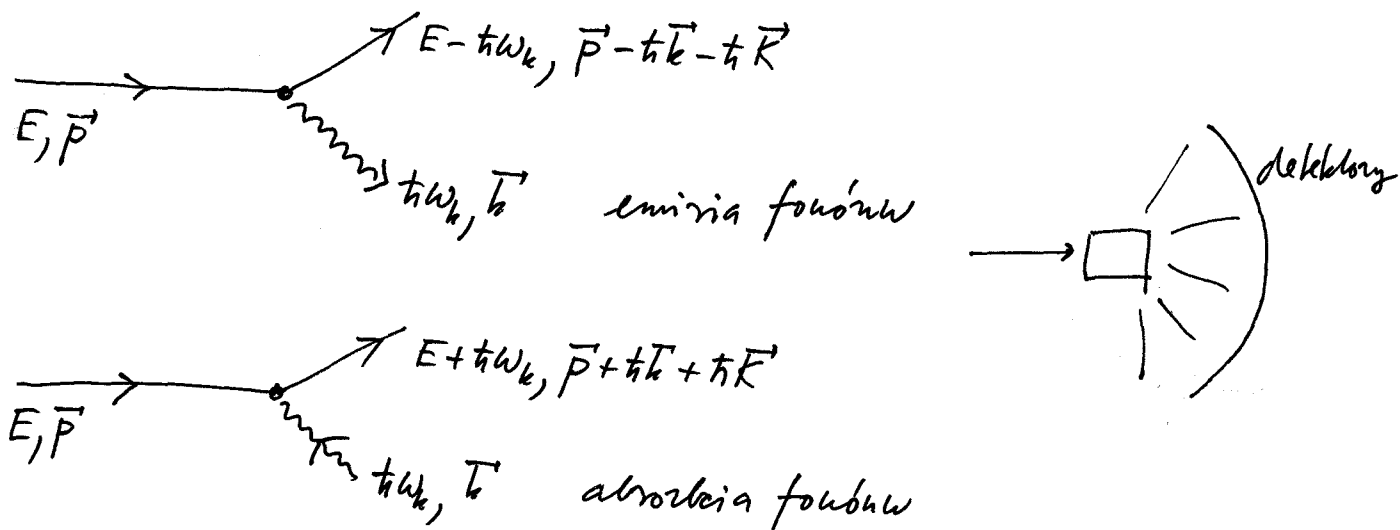


Kniha mriežky 2

1) Experimentálne meranie disperzií kriviek fonónov

nepružný rozptyl neutónov:



monochromatický zdroj neutónov $\rightarrow$ známe $E, \vec{P}$

detekcia energie E' a uhla $\rightarrow$ meranie $\hbar\omega_k$ a $\vec{K}$ (merat modulo $\vec{K}$)

$\rightarrow$ kompletne disperzné krivky

2) Prípoveda teórie mriežky k meraniu tepla

$$E(T) = \sum_{k\lambda} \frac{\hbar\omega_{k\lambda}}{\exp(\frac{\hbar\omega_{k\lambda}}{T}) - 1}$$

λ = index fonónovej vetvy
dominantný v izolantoch pri kľbkách
 $T < \Delta$

• vysoké teploty: $T \gg \hbar\omega_{k\lambda} \rightarrow E(T) = T \sum_{k\lambda} 1 = 3nNT$

menšie teploty/objem:

$$C_V = \frac{1}{\Omega} \frac{dE}{dT} = 3n \frac{N}{\Omega} = 3n \quad n = \frac{N}{\Omega} = \text{hustota atómov}$$

$\rightarrow$ klasická limita (Dulong-Petit)

• nízke teploty: $T \ll$ optické frekvencie

$\rightarrow$ do energie prispievajú iba akustické módy

$$E(T) = \sum_{\lambda} \frac{\Omega}{(2\pi)^3} \int d^3k \frac{\hbar v_{\lambda}(\vec{k}) k}{\exp(\frac{\hbar v_{\lambda}(\vec{k}) k}{T}) - 1}$$

$v_{\lambda}(\vec{k}) =$ rýchlosť módu λ
v smere $\hat{k}$

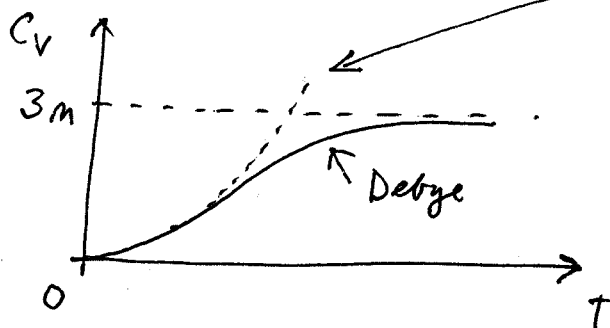
$$= \sum_{\lambda} \frac{\Omega}{(2\pi)^3} \int_0^{\pi} d\vartheta \sin\vartheta \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\infty} dk k^2 \frac{\hbar v_{\lambda}(\vec{k}) k}{\exp(\frac{\hbar v_{\lambda}(\vec{k}) k}{T}) - 1}$$

$$= \sum_{\lambda} \frac{\Omega}{(2\pi)^3} \int_0^{\pi} d\vartheta \sin\vartheta \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{T^4}{(\hbar v_{\lambda}(\vec{k}))^3} \underbrace{\int_0^{\infty} \frac{dx x^3}{e^x - 1}}_{\frac{\pi^4}{15}}$$

definujeme priemernú rýchlosť fonónu

$$\frac{1}{v^3} \equiv \frac{1}{3} \sum_{\lambda} \left\langle \frac{1}{v_{\lambda}^3} \right\rangle = \frac{1}{3} \sum_{\lambda} \int \frac{d\vartheta \sin\vartheta d\varphi}{4\pi} \frac{1}{v_{\lambda}^3(\vartheta, \varphi)}$$

Potom $\frac{E(T)}{\Omega} = \frac{\pi^2}{10} \frac{T^4}{(v\hbar)^3} \rightarrow \boxed{C_V = \frac{1}{\Omega} \frac{dE}{dT} = \frac{2\pi^2}{5} \left(\frac{T}{\hbar v}\right)^3}$



3) Debyeova interpoláčnā formula

aproximujeme spektrum fonónov 3 identickými rovnakými vetrami
s frekvenciami $\omega = v k$; módy existujú len pre $k < k_D$

$$\rightarrow \frac{E(T)}{\Omega} = \frac{3}{8\pi^3} \int_{k < k_D} d^3k \frac{\hbar v k}{e^{\frac{\hbar v k}{T}} - 1} = \frac{3}{2\pi^2} \frac{T^4}{(\hbar v)^3} \int_0^{\theta/T} \frac{dx x^3}{e^x - 1}$$

kde sme zaviedli $\boxed{\theta = \hbar v k_D}$ = Debyeova teplota

Aly me dorkali Dulong - Petit r limite $T \rightarrow \infty$,

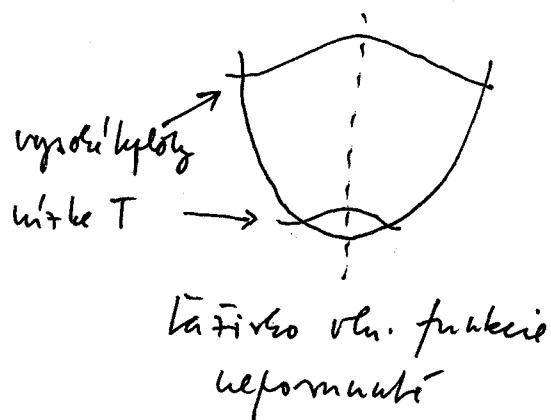
maximne θ dadeit $k_D^3 = 6\pi^2 n$. Teda $\theta = \hbar v (6\pi^2 n)^{1/3}$

Napríklost		$\theta [K]$	
LiF	730	}	iónová vätla
NaCl	321		
Na	150	}	kovová vätla
Pb	88		
C	1860	}	kovalebná vätla
Si	625		

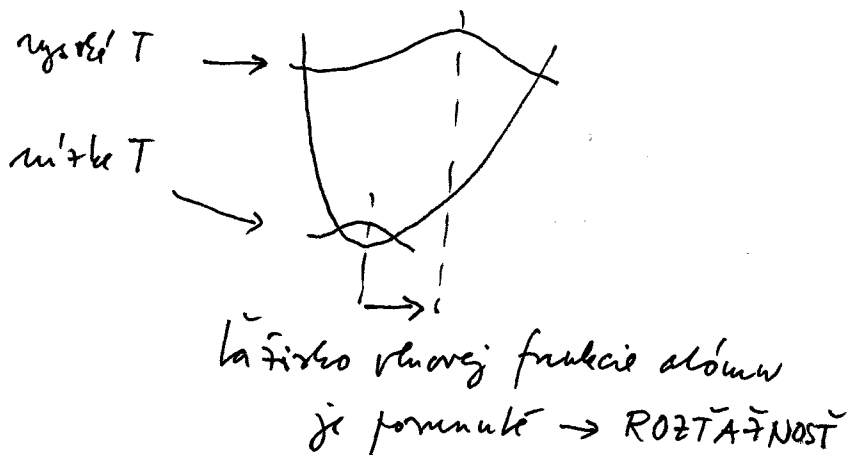
4) Anharmonické efekty

• keplená rotácia:

harmon. potenciál pre atóm:



anharmon. potenciál pre atóm:



• Fonón-fonónový rozptyl

úradnica atómu n v 1D kryštáli:

$$u_n = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_k Q_k e^{-ikna}$$

$$Q_k = \sqrt{\frac{\hbar}{2M\omega_k}} (a_k + a_{-k}^+)$$

$$\rightarrow \boxed{u_n = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_k \sqrt{\frac{\hbar}{2M\omega_k}} (a_k + a_{-k}^+) e^{-ikna}}$$

↓
podobný vzorec platí aj pre 3D kryštál

Typický anharmonický přechod k potenciální energii: $\propto u_m^3$

$$\sum_m u_m^3 = \frac{1}{N^{3/2}} \sum_{k,p,q} \left(\frac{\hbar}{2M}\right)^{3/2} \frac{1}{\sqrt{\omega_k \omega_p \omega_q}} (a_k + a_{-k}^+) (a_p + a_{-p}^+) (a_q + a_{-q}^+).$$

$$\cdot \sum_m e^{-i(k+p+q)m a} = N \delta_{k+p+q,0}$$

$$\sum_m u_m^3 = \frac{1}{\sqrt{N}} \left(\frac{\hbar}{2M}\right)^{3/2} \sum_{k,p} \frac{1}{\sqrt{\omega_k \omega_p \omega_{k+p}}} (a_k + a_{-k}^+) (a_p + a_{-p}^+) (a_{-k-p} + a_{k+p}^+)$$

$$\sum_m u_m^3 = \frac{1}{\sqrt{N}} \left(\frac{\hbar}{2M}\right)^{3/2} \sum_{k,p} \frac{1}{\sqrt{\omega_k \omega_p \omega_{k+p}}} \left[a_{k+p}^+ a_{-k}^+ a_{-p}^+ \right. \quad (I)$$

$$\left. + a_p a_k a_{-k-p} \right] \quad (II)$$

$$(III) + (a_k a_p a_{k+p}^+ + a_k a_{-p}^+ a_{-k-p} + a_{-k}^+ a_p a_{-k-p})$$

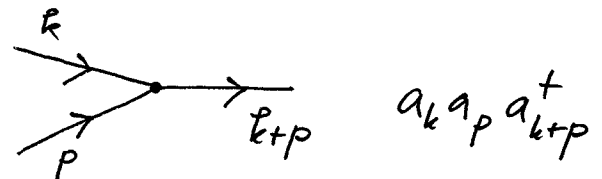
$$(IV) + (a_k a_{-p}^+ a_{k+p}^+ + a_{-k}^+ a_p a_{k+p}^+ + a_{-k}^+ a_{-p}^+ a_{-k-p})]$$

4 typy procesů:

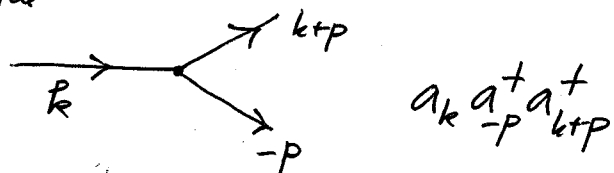
(I): ^{části} vznik 3 fotonů s celk. hybností 0

(II): anihilace $\longrightarrow$

(III): ztlumění 2 fotonů do jednoho



(IV): rozpad 1 fotonu na dva jiné



Procesy III, IV popisují tržlivý fotonů. $\rightarrow$ Sférologijní korekce
dolu třetího fotonu.

Ta' foton vplyva na velikon-
kepelejší vodivostí krystalu.