

Interakcie magnetu 1

7

A Dva interakcie

- dipól-dipólová interakcia: $H = \left(\frac{\mu_0}{4\pi r^3} \right) \left[\vec{\mu}_1 \cdot \vec{\mu}_2 - 3 \frac{(\vec{\mu}_1 \cdot \vec{r})(\vec{\mu}_2 \cdot \vec{r})}{r^2} \right]$
 typická energia: $\frac{1}{4\pi a^3 \epsilon_0 c^2} \cdot \frac{e^2 \hbar^2}{4m^2} \sim \frac{\hbar^2}{4ma^2} \cdot \frac{e^2}{4\pi \epsilon_0 a} \sim \frac{10 \text{ eV} \cdot 10 \text{ eV}}{10^6 \text{ eV}} \sim 10^{-4} \text{ eV}$
 slabá, ale dôležitosť

Heisenbergova výmena interakcia

uvážime 2-elektrónovú molekulu = máme 2 magnetické $\frac{1}{2}$

4 stavy: $\uparrow\uparrow, \downarrow\downarrow, \uparrow\downarrow, \downarrow\uparrow$

Coulombovské interakcie - zachovávaní celkového spinu (formálne $[H, \vec{S}] = 0$)
 preto vlastné stavy 2 magnetické môžeme klasifikovať podľa celkového spinu:

$S=0$ -- 1 stav energia E_S (singlet)

$S=1$ -- 3 stavy --- energia E_T (triplet)

Môžeme písať $H = E_S + \frac{1}{2}(E_T - E_S) \vec{S}^2$

Ale $\vec{S}^2 = (\vec{S}_1 + \vec{S}_2)^2 = \vec{S}_1^2 + \vec{S}_2^2 + 2 \vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2 = \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + 2 \vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2$

Teda

$$H = E_0 - J \vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2 \quad \text{Heisenberg}$$

kde $E_0 = \frac{1}{4}(E_S + 3E_T)$

$J = E_S - E_T$ Heisenbergova výmena interakcia

ohľadne znamienka J má význam;

$J > 0$: feromagnetická väzba

$J < 0$: antiferomagnetická väzba

J môže byť veľké; napr. vo vysokoteplotných super vodičoch $J = -0.13 \text{ eV}$.

Ⓑ Heisenbergov model feromagnetizmu

predpostavljamo redni magnetiki na mrežki; spin magnetika = S ,
Landé'ho faktor = g

$$H = -J \sum_{\langle ij \rangle} \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j - \vec{B} \cdot \sum_i \vec{\mu}_i \quad (0)$$

$$\vec{\mu} = g \mu_B \vec{S}$$

$\langle ij \rangle$ = najbližji sosedin
na mrežki

(možno uvažovat, da je
interakcija, J včasih njehtlo klesat
s oddaljenostjo medni spinoma)

Ⓒ Reševanje v približnem srednjem polu

na točenju spin povprečni efektivni pol

$$g \mu_B \vec{B}_{\text{eff}} = g \mu_B \vec{B} + z J \langle \vec{S} \rangle$$

z = število sosedov (koordinatne
črte) mrežke spinov

In me uveljavljam $J \sum \vec{S}_j \rightarrow z \langle \vec{S} \rangle$

uvajamo pol aplikovani v mrežo z :

$$B_{\text{eff}} = B + \frac{zJ}{g \mu_B} \langle S^z \rangle \quad (1)$$

če jednodimenzionalna oddaljena sosedstva na primer $S = \frac{1}{2}$, $g = 2$.
(nič je natanko!)

Kadarkoli spin $\vec{S}$ je v efektivnem polu $B_{\text{eff}} \rightarrow$ točna energija

lahko spinov (jedrsko + elektr.) je $F = -T \ln(2 \cosh(\frac{\mu_B B_{\text{eff}}}{T}))$

↓

$$\langle \mu \rangle = - \frac{\partial F}{\partial B} = \mu_B \tanh\left(\frac{\mu_B B_{\text{eff}}}{T}\right)$$

Ali

$$\langle S^z \rangle = \frac{1}{2} \tanh\left(\frac{\mu_B B_{\text{eff}}}{T}\right) \quad (2)$$

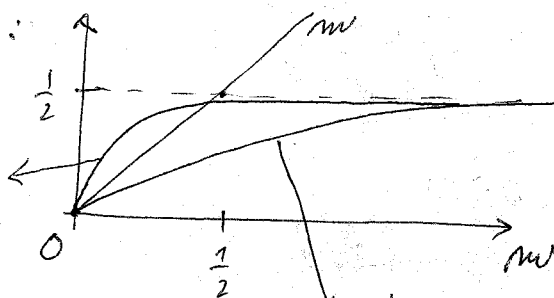
z z enačbo (1,2) polno uveljavimo

$$\langle S^z \rangle = \frac{1}{2} \tanh\left[\frac{\mu_B B + \frac{zJ}{2} \langle S^z \rangle}{T}\right] \quad (3)$$

pri nulovom aplikovanom poli máme
tade $m \equiv \langle S^z \rangle$

$$m = \frac{1}{2} \tanh \frac{zJm}{2T} \quad (4)$$

Grafické riešenie:



$$\frac{zJ}{4T} > 1$$

rovnicu (4)

má unikátné riešenie

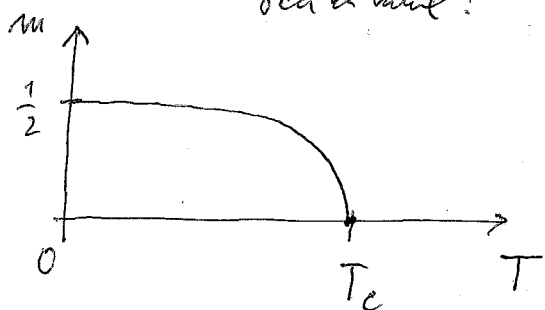
$\frac{zJ}{4T} < 1 \rightarrow$ rovnica nemá riešenie

$\rightarrow \boxed{T_c = \frac{zJ}{4}}$ kritická teplota. $T < T_c$: existuje spontánna magnetizácia $m \neq 0$

Spontánne narušenie symetrie: systém magnetick, ktorého hamiltonián nemá preferovaný smer, si vyberie jeden smer v priestore, v ktorom "žijeme"

Parameter usporiadania $m = \langle S^z \rangle$: $m = 0$ vo vysokoteplotnej fáze
 $m \neq 0$ vo fáze narušujúcej symetriu

očakávané:



blízko k T_c : čakáme $m \rightarrow 0$

rovnicu (4): $\tanh x \approx x - \frac{x^3}{3} \quad (x \rightarrow 0)$

$$m = \frac{1}{2} \left(\frac{zJm}{2T} - \frac{1}{3} \left(\frac{zJm}{2T} \right)^3 \right) \Rightarrow \boxed{m = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3(T_c - T)}{T_c}}} \quad (5)$$

veľmi $T \ll T_c$: $x \rightarrow \infty$: $\tanh x \approx 1 - 2e^{-2x}$

$$m = \frac{1}{2} \left[1 - 2e^{-\frac{zJm}{T}} \right] \Rightarrow \boxed{m = \frac{1}{2} - e^{-\frac{zJ}{2T}}} \quad (6)$$

4 ① Korekcie k konin středního pola při $T \ll T_c$: spinové vlny

energií spinu i : $-J \vec{S}_i \cdot \sum_j^{\text{nejbl. souseda}} \vec{S}_j \equiv -\vec{\mu}_i \cdot \vec{B}_i$ (vid rovnici (6))

$\vec{\mu}_i = 2\mu_B \vec{S}_i \rightarrow \boxed{\vec{B}_i = \frac{J}{2\mu_B} \sum_j^{\text{nejbl. souseda}} \vec{S}_j}$ efektivní pole v bodě i (7)

Klarická pohybová rovnice magnetky:

$\hbar \frac{d\vec{S}_i}{dt} = \vec{\mu}_i \times \vec{B}_i$ (8)

↑
třicet momentu
hybnosti

↑
moment vlny

$\boxed{\frac{d\vec{S}_i}{dt} = \frac{J}{\hbar} \vec{S}_i \times \sum_j^{\text{nejbl. souseda}} \vec{S}_j}$ (9)

Ansatz pro řešení rovnice (9), předpokládající malé odchylky
od homogenní magnetizace:

$\boxed{\vec{S}_i = \vec{m} + \vec{s} e^{i\vec{k} \cdot \vec{R}_i - i\omega t}}$ (10) $\vec{m} = (0, 0, \frac{1}{2}) = \text{homogenní magnetizace}$

předpoklad: $|\vec{s}| \ll 1$

doradíme (10) do (9):

$-i\omega \vec{s}_i = \frac{J}{\hbar} \sum_j (\vec{m} + \vec{s}_i) \times (\vec{m} + \vec{s}_j) \doteq \frac{J}{\hbar} \sum_j (\vec{m} \times \vec{s}_j + \vec{s}_i \times \vec{m})$

↑
rotovat po složkách:

↑
zanedbáme členy řádu $\vec{s}^2$

$\left. \begin{aligned} -i\hbar\omega s_i^x &= \frac{J}{2} \left[z s_i^y - \sum_j s_j^y \right] \\ -i\hbar\omega s_i^y &= -\frac{J}{2} \left[z s_i^x - \sum_j s_j^x \right] \\ s_i^z &= 0 \end{aligned} \right\} \vec{s}_i = \vec{s} e^{i\vec{k} \cdot \vec{R}_i - i\omega t}$ (11)

↑
fluktuace kolmé na $\vec{m}$!

dosadíme $\vec{s}_i = \vec{s} e^{i\vec{k} \cdot \vec{R}_i}$ do rovnice (11)

dosťaneme

$$\begin{pmatrix} i\hbar\omega & \frac{J}{2}J_k \\ -\frac{J}{2}J_k & i\hbar\omega \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_x \\ s_y \end{pmatrix} = 0 \quad (12)$$

$$J_k = Z - \sum_{\vec{r}} e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}}$$

$\vec{r}$ = spojnice k najbližším susedom

riešenie (neliniárne) pre

$$\hbar\omega = \frac{J}{2}J_k \quad (13)$$

disperzný zákon pre spinové vlny

jednoduchá kub. mriežka:

$$\hbar\omega = J(3 - \cos k_x a - \cos k_y a - \cos k_z a)$$

$k \rightarrow 0$:

$$\hbar\omega = \frac{Ja^2k^2}{2}$$

.. dlhovlnné feromagnetické spinové vlny

Ⓔ Kvantová teória: Ten istý disperzný zákon
každé kvantum = magnón, tviťuje celkový
spin 0. $\Rightarrow$ magnón = bosón

Kvantové korekcie ku vzorec (6):

$$m = \frac{1}{2} - \frac{1}{N} \sum_{\vec{k}} \frac{1}{e^{\hbar\omega_k/T} - 1} \approx \frac{1}{2} - \left(\frac{a}{2\pi}\right)^3 \int \frac{d^3k}{\exp\left(\frac{Ja^2k^2}{2T}\right) - 1}$$

$$m = \frac{1}{2} - \frac{4\pi a^3}{8\pi^3} \int_0^\infty \frac{dk k^2}{\exp\left(\frac{Ja^2k^2}{2T}\right) - 1}$$

$$\frac{Ja^2k^2}{2T} = x$$

$$m = \frac{1}{2} - \frac{1}{4\pi^2} \left(\frac{2T}{J}\right)^{3/2} \int_0^\infty \frac{dx \sqrt{x}}{e^x - 1}$$

$$\frac{1}{4\pi^2} \int_0^\infty \frac{dx \sqrt{x}}{e^x - 1} \doteq 0.059$$

$$m = \frac{1}{2} - 0.059 \left(\frac{2T}{J}\right)^{3/2}$$

Blochov zákon

