

Feromagnetismus 2

A) Magnetostatika' energia

Maxwell: $\nabla \times \vec{H} = \vec{j}$ (= elektrický proud v vodičích)

$$\vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{H}_M$$

$\vec{H}_0$... pole budené proudem $\vec{j}$: $\nabla \times \vec{H}_0 = \vec{j}$
 $\nabla \cdot \vec{H}_0 = 0$

$\vec{H}_M$... pole budené magnetizací $\vec{M}$

$$\nabla \times \vec{H}_M = 0$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \rightarrow \nabla \cdot \vec{H}_M = -\nabla \cdot \vec{M}$$

Definujeme $\boxed{\begin{matrix} \rho_M = -\nabla \cdot \vec{M} \\ \sigma_M = \vec{M} \cdot \vec{n} \end{matrix}}_{(0)}$... hustota "magnetického náboje"
 ... plošná hustota "—" (na rozhraniích)

Magnetostatika:

$$\nabla \times \vec{H}_M = 0$$

$$\nabla \cdot \vec{H}_M = \rho_M$$

Elektrostatika:

$$\nabla \times \vec{E} = 0$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

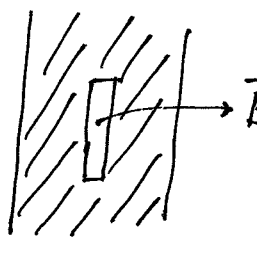
Riešení:

$$\boxed{\begin{aligned} \vec{H}_M &= \frac{1}{4\pi} \int d^3r' \frac{\rho_M(\vec{r}') \vec{r}}{r^3} \\ &+ \frac{1}{4\pi} \int dS' \frac{\sigma_M(\vec{r}') \vec{r}}{r^3} \end{aligned}} \quad (1)$$

Aplikace 1: uvažujeme dlouhý ~~rovný~~ cylinder s homogenní magnetizací $\vec{M} \Rightarrow \vec{H}_M = 0$

Pole uvnitř cylinder $\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M} = \mu_0 \vec{M}$
 (ale vně pole $\vec{H}_0 = 0$).

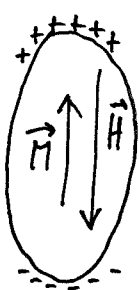
Aplikace 2: Fyzikální význam pole $\vec{H}$: je to pole uvnitř cylindrické dutiny vlnitě magnetického



$$\vec{B}_i = \vec{B} - \mu_0 \vec{M} = \mu_0 \vec{H} \quad (\text{princip superpozice})$$

↑
pole $\vec{B}$ ↑
pole $\mu_0 \vec{M}$ (prostor cylindera s magnetizací $\vec{M}$)

Aplikácia 3: pole vnútri homogénne magnetizovaného ($\vec{M}$) rotačného elipsoidu



vnútri vektor: $\boxed{\vec{H} = -N\vec{M}}$ (2)

N = demagnetizačný faktor

guľa: $N = \frac{1}{3}$

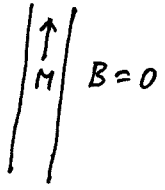
dlhá tyč: pozdĺžne pole: $N = 0$, priečne pole: $N = \frac{1}{2}$
tenká platňa: pozdĺžne pole: $N = 0$, priečne pole: $N = 1$

Energia homogénne magnetizovaného rotač. elipsoidu:

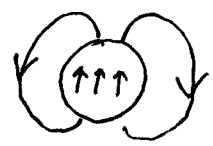
práca energie pri $\vec{H}$ a $\vec{M}$: $dE = -\mu_0 \vec{H} \cdot d\vec{M} V = \mu_0 N M dM dV$ (vkladať tyč do cylindrických dúšok s polom $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$)

$\boxed{E_H = \frac{1}{2} \mu_0 N M^2 V}$ (3) $\rightarrow$ magnetostatická energia

Dôsledky: • ak $N = 0$, potom $H = 0$ a aj $E_H = 0$
vtedy pole vnútri to vektor = 0, napr.



• ak $N \neq 0$, potom $H \neq 0$ a aj $E_H \neq 0$
existuje vplyvové pole vnútri vektor, napr.

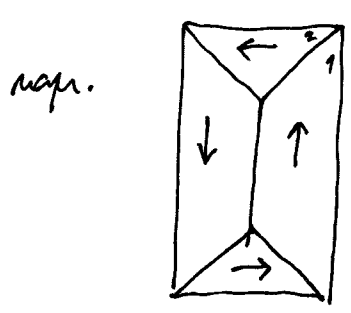


• Minimálna magnetostatická energia je vektor vektorového hachu: podmienka $\vec{H}_H = 0$ (viď (1))

$\nabla \cdot \vec{M} = 0$

$\vec{M} \cdot \vec{m} = 0$ na povrchu pre vektor

Doménová štruktúra



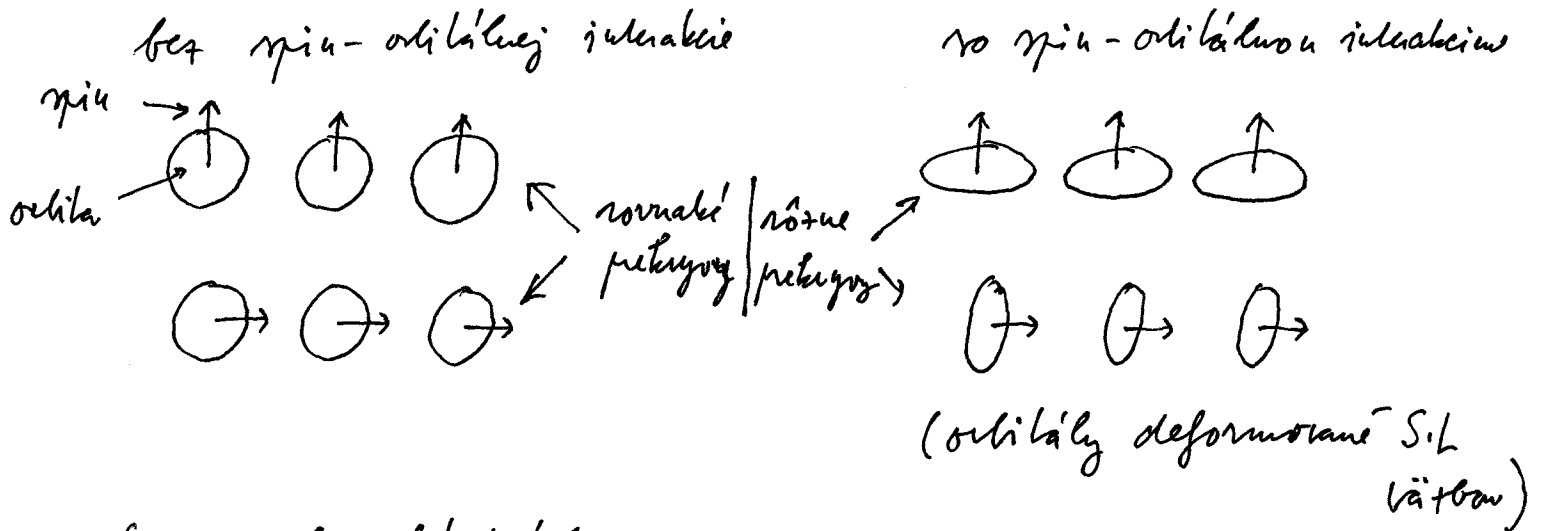
na vnútorných rozhraniach

hľadame $\boxed{\vec{M}_1 \cdot \vec{m}_{12} = \vec{M}_2 \cdot \vec{m}_{12}}$ atď.

aby povrchové náboje boli = 0

$\rightarrow$ konfigurácia s $E_H = 0$.

B) Energia anizotropie



fenomenologický prístup:

- amorfný materiál: spinovo izotropný (nemá preferované smery)
- materiál tetragonálny alebo hexagonálny:

obj. hustota energie $u = K \sin^2 \theta$ (najjednoduchší model)

θ = uhol medzi $\vec{M}$ a hexagonálnou alebo tetragonálnou osou

$K > 0$: minimum pre $\theta = 0, \pi$ ← smery ľahkej magnetizácie

$K < 0$: minimum pre $\theta = \pi/2$ ← rovina ľahkej magnetizácie

príklad: Co (hexagonálny) $u = K_1 \sin^2 \theta + K_2 \sin^4 \theta$

$$K_1 = 4,1 \cdot 10^5 \text{ J/m}^3 \quad K_2 = 1,3 \cdot 10^5 \text{ J/m}^3$$

to má energiu rádovo $10^{-25} \text{ J/elek. bunka} \sim 10^{-6} \text{ eV/elek. bunka}$
(malá korekcia voči J)

- kubický materiál: napr. Fe

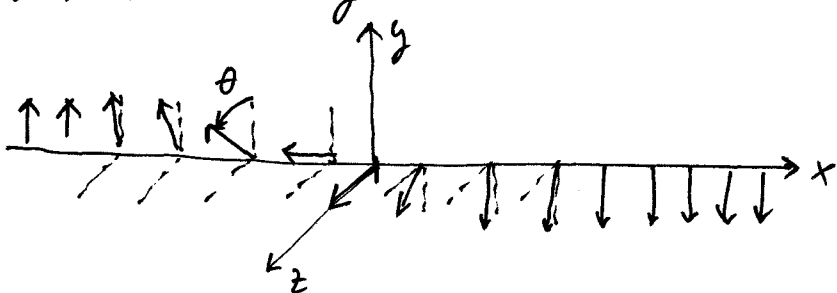
$$u = K_1 (m_1^2 m_2^2 + m_2^2 m_3^2 + m_3^2 m_1^2) + K_2 m_1^2 m_2^2 m_3^2$$

$$\text{Fe: } K_1 = 4,2 \cdot 10^4 \text{ J/m}^3, \quad K_2 = 1,5 \cdot 10^4 \text{ J/m}^3$$

vo všeobecnosti $u = u(\vec{m})$ musí mať symetriu kryštálu
a musí byť $u(-\vec{m}) = u(\vec{m})$

4 c) Domeňová skena

matérijne stenu v materiáli s $m = K \sin^2 \theta$ kde θ je uhol medzi $\vec{M}$ a osou y :



obr. 1

konfigurácia steny je daná funkciou $\theta(x)$

vyklená energia (na jednotku plochy steny)

$$\sigma_{ex} = - \frac{J}{a^2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (\vec{S}_n \cdot \vec{S}_{n+1} - m^2) = \frac{Jm^2}{a^2} \sum_n [1 - \cos(\theta_{n+1} - \theta_n)]$$

$$\sigma_{ex} = \frac{Jm^2}{2a^2} \sum_n (\theta_{n+1} - \theta_n)^2 = \frac{1}{2} Jm^2 \sum_n \left(\frac{d\theta}{dx} \right)^2 = \frac{Jm^2}{2a} \int_{-\infty}^{\infty} dx \left(\frac{d\theta}{dx} \right)^2$$

pre malých kybláč $m \approx S$

$$\boxed{\sigma_{ex} = A \int_{-\infty}^{\infty} dx \left(\frac{d\theta}{dx} \right)^2} \quad \text{kde } A = \frac{JS^2}{2a}$$

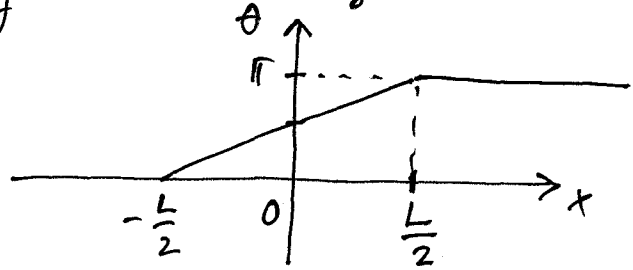
energia anizotropie (na jednotku plochy steny)

$$\sigma_{anis} = K \int_{-\infty}^{\infty} dx \sin^2 \theta$$

celková energia

$$\boxed{\sigma = \int_{-\infty}^{\infty} dx \left[A \left(\frac{d\theta}{dx} \right)^2 + K \sin^2 \theta \right]} \quad (*)$$

Funkcia (*) možno diagonalizovať pomocou metódy variácií odhad:



$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{\pi}{L}$$

$$\theta(x) = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi x}{L}$$

L = variačný parameter

$$\sin \theta(x) = \cos \frac{\pi x}{L}$$

$$\sigma = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} dx \left[A \cdot \frac{\pi^2}{L^2} + K \cos^2 \frac{\pi x}{L} \right] = \frac{A\pi^2}{L} + \frac{KL}{2}$$

$$\text{minimum: } \frac{d\sigma}{dL} = 0 \rightarrow L = \sqrt{\frac{2\pi^2 A}{K}}$$

$$L = \pi S \sqrt{\frac{J}{Ka}}$$

energia v minime:

$$\sigma = \pi S \sqrt{\frac{JK}{a}}$$

$$\text{pre Fe: } \frac{L}{a} \sim 300$$

(doménová štruktúra hrubá rovi
atómových rozmierov, ale škála
na makroskopickú škálu)

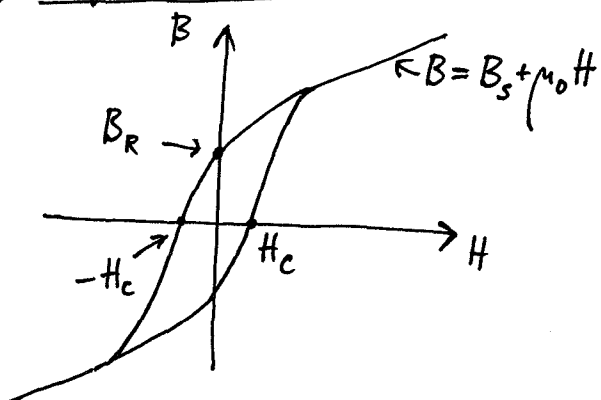
D) Doménová štruktúra

optimalizácia celkovej energie = náčet "magnetostatickej energie,
energie anizotropie a porchovej
energie doménových stien

Zvidoktúnenie domén (Bitter):

V ideálnej doménovej štruktúre $\vec{M}$ je rovnobežná s porchou,
okrem oblastí, kde doménové steny prelínajú porchu (vid obr. 1)
→ doménové steny sú zdrojové rozptyloveho poľa; pri posypaní
jemnými feromagnetickými práškami sa tieto prášky usadia
podľa domén (Bitterova dekoratívna technika)

E) Hysterétna krivka



B_s = nasýtená indukcia

B_R = remanentná indukcia

H_c = koercitívne pole

zmena $\vec{M}$: polybom doméu v malých poliach
natačaniu do smeru $\vec{H}$ vo veľkých poliach

permanentné magnety: veľké H_c

Ferit: $H_c = 127\,000\text{ A/m}$
 $B_R = 0,34\text{ T}$ } zahrdnit polybom doméu:
nečistoty, vnnéborné punkcia
zahrdnit otačaniu magnetiácie:
velká anizotropia

transformatory: malé H_c , veľké dB/dH

permalloy: $H_c = 2,8\text{ A/m}$
 $B_R = 0,9\text{ T}$ } hystereéne shaly $\oint B dH$

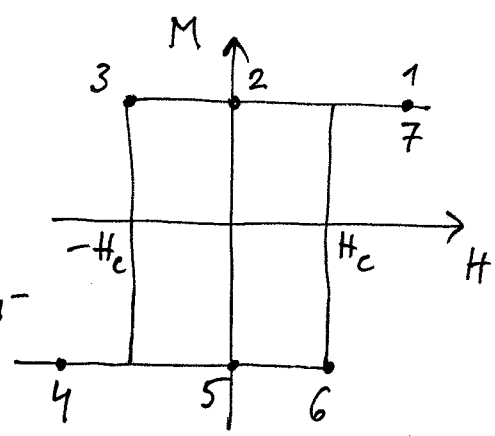
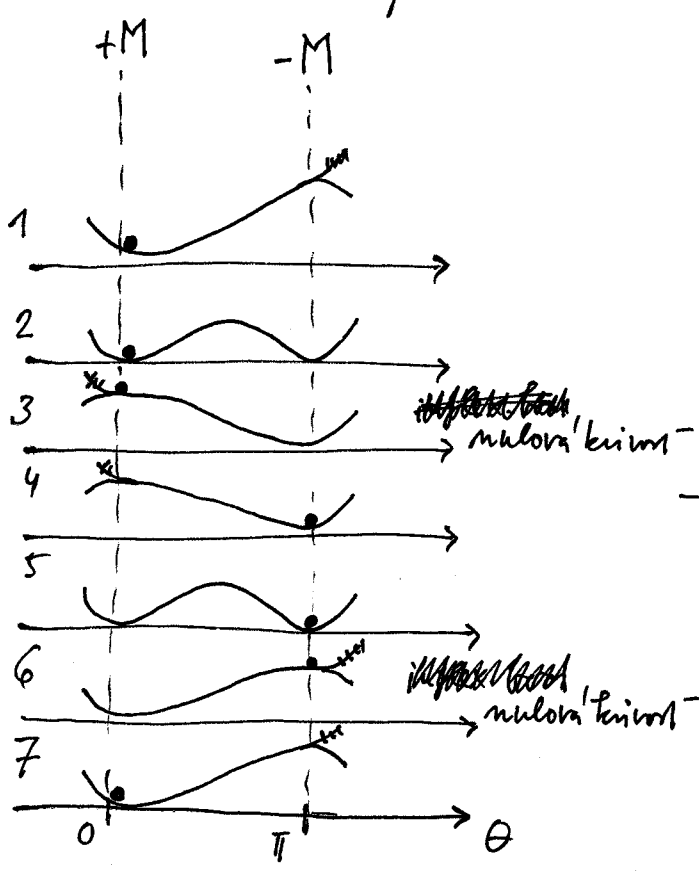
F) Jednoduchý model hystereéie

guľová častica s ľahkým smerom magnetiácie $\parallel z$
vo von. poli $H \parallel z$, $T=0$:

$$U = K \sin^2 \theta - \mu_0 M H \cos \theta$$

θ = uhol medzi $\vec{M}$ a osou z

- absolútne minimum pre $H > 0$: $\theta = 0$... $\text{v}^{\text{isto}} \text{ obd} \cdot U \approx -\mu_0 M H + (K + \frac{\mu_0 M H}{2}) \theta^2$
- pre $H < 0$: $\theta = \pi$... $U \approx \mu_0 M H + (K - \frac{\mu_0 M H}{2}) \theta^2$



$$H_c = \frac{2K}{\mu_0 M}$$

koercívne pole