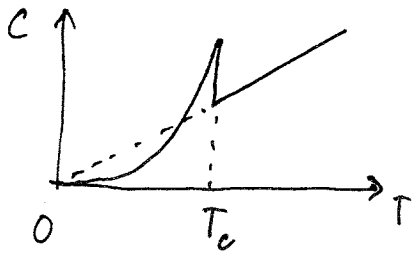


Supravodivosť 1

A) Fázový prechod : vo väčšine kovov existuje pri nízkych teplotách fázový prechod do uvoľnenej fázy (singulárna $c_v(T)$)



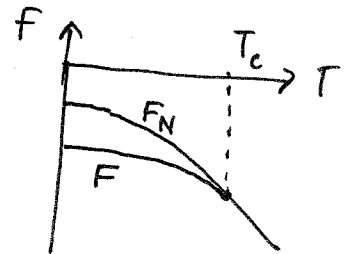
	Nb	Nb ₃ Ge	MgB ₂	HgBa ₂ Ca ₂ CuO ₃
T _c (K)	9.3	23	39	133 (rekord)

Termodynamika : $S(T) = \int_0^T \frac{C(T')}{T'} dT' < \text{entropia normálneho stavu } S_N(T)$ (extrapolácia dát pre $T > T_c$)
(usporiadanejší stav!)

volná energia ~~energia~~ v kondenzovanom stave:

$$F(T) - F_N(T) = \int_T^{T_c} dT' [S(T') - S_N(T')] < 0$$

rádovo $\frac{T_c^2}{E_F}$ na 1 elektrón $\ll T_c$ (čo by bol najvyšší odhad)



interpretácia : iba tlomok $\frac{T_c}{E_F}$ to veľkých elektrónov vplyvový fázový prechod

B) interpretácia prechodu : pod T_c elektróny robia 2 veci:

1. vznikajú dvojelektrónové molekuly, energia viazaného stavu $\approx \Delta \sim T_c$

W. COOPER
P. PARY

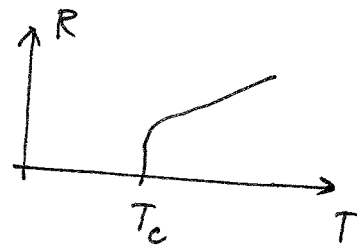
exp. dôkazy :
• meranie teploty pri nízkych T je $\propto e^{-\Delta/T}$
• optická absorpcia je potlačená pre $h\nu < 2\Delta$
....

2. molekuly : $S=0 \rightarrow$ boróny ; môžeme veľký oblasť jeden a ten istý makroskopický stav popísať vlnovou funkciou $\psi(\vec{r})$

(dôsledky popísané neskôr)

$\rightarrow$ hľadáme makroskopickú vlnovú funkciu $\psi(\vec{r}) = \text{PARAMETER USPORIADANIA}$
 $|\psi(\vec{r})|^2 =$ hustota supravod. elektrónov v bode $\vec{r}$

C) Nekonečná vodivost: pre $T < T_c$ je odpor $R = 0$



D) Persistenčné prúdy: uvažujeme slučku, cez ktorú prechádza magnetický tok Φ_e ; v čase $t=0$ vyprázdňujeme Φ_e

Faraday: $\Phi_e \delta(t) = - \frac{d\Phi_e}{dt} = R I + L \frac{dI}{dt}$

riešenie: $I(t) = I_0 e^{-t/\tau}$, kde $I_0 = \Phi_e / L$

$$\tau = L/R$$

v superovodivom stave $\tau = \infty$ (ciklické meranie $R=0$!)

→ prúd I_0 nie je klesajúci $\Rightarrow$ v superovodiči je celkový tok $\Phi = \Phi_e + LI$ konštantný v čase

E) Meissnerov jav: superovodič je ideálny diamagnet, $B=0$

vysvetlenie: kvantová mechanika: prúdová hustota častíc s nábojom $q = -2e$ a hmotnosťou $2m$ (= Cooperových párov)

$$\vec{j} = \frac{iq\hbar}{2m} (\psi^* \vec{\nabla} \psi - \psi \vec{\nabla} \psi^*) - \frac{2e^2}{m} |\psi|^2 \vec{A} \quad \psi(\vec{r}) = \text{magnetohydr. vlnová funkcia}$$

otúčame $\psi = |\psi| e^{i\theta}$, potom môžeme písať

$$\vec{j} = - \frac{2e^2}{m} |\psi|^2 \left(\vec{A} + \frac{\hbar}{2e} \vec{\nabla} \theta \right)$$

Pri teplote $T=0$ veľký elektrický horia superovod. stav.

→ temc. párov $|\psi|^2 = \frac{n}{2}$ (pre malé aplibované folia)

$$\boxed{\vec{j} = - \frac{ne^2}{m} \left(\vec{A} + \frac{\hbar}{2e} \vec{\nabla} \theta \right)} \quad \text{London}$$

Alternatívne: toberme rotáciu:

$$\boxed{\nabla \times \vec{j} = - \frac{ne^2}{m} \vec{B}}$$

Maxwell (Helicity) prípad: $\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$

rovnice rotácie: $\nabla \times (\nabla \times \vec{B}) = \mu_0 \nabla \times \vec{j} = - \left(\frac{\mu_0 \mu e^2}{m} \vec{B} \right) (*)$

Definujeme

$$\frac{1}{\lambda_L^2} = \frac{\mu_0 \mu e^2}{m}$$

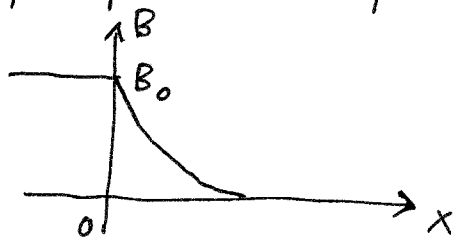
Londonova dĺžka vln

	Al	Sn	vysokotep. super vodič
λ_L (Å)	160	350	1500

Naorej, máme +(*):

$$\Delta \vec{B} = \frac{1}{\lambda_L^2} \vec{B}$$

Špeciálny prípad: menší super vodič (polovodič) v magnetickom poli podliehať o porovnanie:



$$\vec{B} = (0, 0, B(x))$$

$$B'' = \frac{1}{\lambda_L^2} B \rightarrow$$

$$B(x) = B_0 e^{-x/\lambda_L}$$

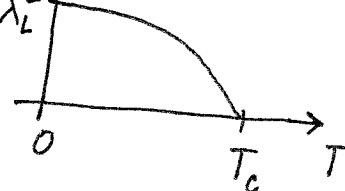
velikosti super vodič

λ_L = dĺžka, do ktorej vniká mag. pole

Teda Meissnerov jav vyplýva z Londonovej rovnice

$$\vec{j} = - \frac{1}{\mu_0 \lambda_L^2} \left(\vec{A} + \frac{\hbar}{2e} \nabla \theta \right)$$

číslo: $\frac{1}{\lambda_L^2}$



F) Kvantovanie toku

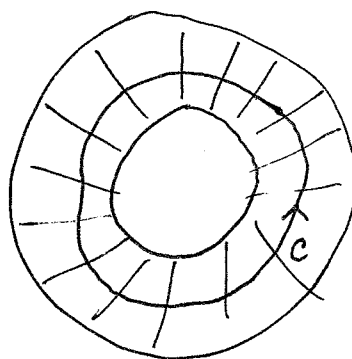
uvažujeme menší pevný super vodič

a v ňom dĺžku C, ktorá

leží dost ďaleko od krajov

vstroky, aby prúd nebol

$$\vec{j} = 0$$



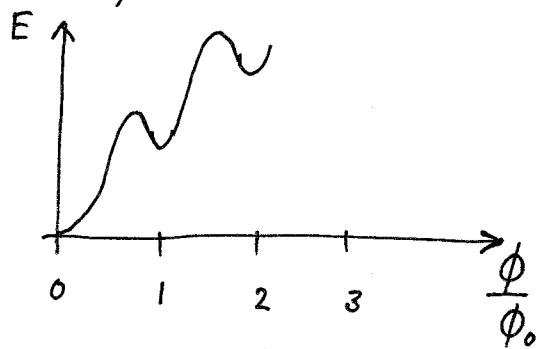
Máme: $\oint \vec{j} \cdot d\vec{r} = 0 \rightarrow \oint \vec{A} \cdot d\vec{r} = - \frac{\hbar}{2e} \oint \nabla \theta \cdot d\vec{r}$ nárokov 2π

tok usadený
vlnkou C

$$\rightarrow \phi = - \frac{\hbar}{2e} \cdot 2\pi n \rightarrow \frac{\phi}{\phi_0} = -n$$

4 kvantum toku: $\boxed{\phi_0 = \frac{h}{2e} = 2,07 \cdot 10^{-15} \text{ Wb}}$ $\rightarrow$ dané iba univerzálnymi konštantami!

Vysvetlenie persistentných prúdov: tok cez pokusnú sústavu nemôže ubýdať postupne, ale len po kvantoch $\phi_0 \Rightarrow$ stabilizácia prúdov



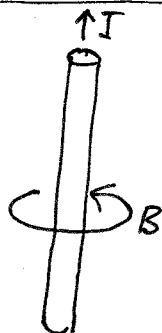
stav s $\phi \neq 0$ nie je metastabilný, ale bariéra, ktorú treba prekonať na nultom toku o ϕ_0 je ohrovená (často: tunelovacie časy $>$ vek vesmíru)

G) Nekonečná vodičnica alebo dôsledok Meissnerovho javu:

valcový drôt, prúd I:

Budí mag. pole

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$



$\longleftrightarrow$ Počítad cel Meissnerov jav: drôt žije v mag. poli B:



dôsledok: nieviace prúdy na povrchu $\Rightarrow$ sférický bezdivipalný tok prúdov

Všobecne pravidlo:

transformný prúd v super vodiči kúbi po jeho povrchu

H) Kohärenčná dlžka (Pippard)

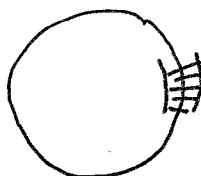
definujeme ju ako rozmer Cooperovho páru

odhad z Heisenbergovho princípu nemôže byť: super vodičom stavom dominantne ovplyvnené

elektróny to súplý $k_F \pm q$,

ktorých energia je

$$E_F \pm \Delta$$



keďže $\Delta \ll \varepsilon_F$, máme $g \sim \frac{\Delta}{\hbar v_F}$

Heisenberg: nemôžeme ľahko určiť nemôžeme určiť ξ_0
 $\hbar g \cdot \xi_0 \sim \hbar$

rozmer Cooperových párov

Teda $\boxed{\xi_0 = \frac{\hbar v_F}{\pi \Delta}}$

Pippardova koherenčná dĺžka

(slabo kyplosť teploty od 0 až po T_c)

faktor π vyplýva
z mikroskop. kócie

	Sn	vysokokyplosť nikelu
ξ_0 (Å)	3000	15

I) Pippardova neložná elektrodynamika

Keďže púd je púdov Cooperových párov, $\vec{j}(\vec{r})$ v bode $\vec{r}$
má teplotu od $\vec{A}(\vec{r})$ v oblasti rádov ξ_0 okolo bodu $\vec{r}$

Jednoduchá fenomenologická formula (Pippard):

$$\boxed{\vec{j}_i(\vec{r}) = -\frac{1}{\mu_0 \lambda_L^2} \int d^3 \vec{r}' K_{ij}(\vec{r} - \vec{r}') \vec{A}_j(\vec{r}')} \quad \text{[scribbles]}$$

výber jedna: musí byť $\int d^3 R K_{ij}(\vec{R}) = \delta_{ij}$

Pippardov výber:

$$\boxed{K_{ij}(\vec{R}) = \frac{3}{4\pi \xi_0} \frac{R_i R_j}{R^4} e^{-R/\xi_0}}$$

Supravodivost 1: formuly

B): prvá úloha, hľadajú elektrický prúd: interakcia s magnetickým
isotropickým jadr: $T_c \propto \frac{1}{\sqrt{M}}$ $M = \text{hmotnosť jadra}$

E): rovnice pre $\vec{j}$, odvodenie zo Sch R pre častice s hmotn. $2m$
náboj - $2e$

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{1}{4m} (-i\hbar \nabla + 2e\vec{A})^2 \psi + U\psi \quad / \cdot \psi^*$$

$$-i\hbar \frac{\partial \psi^*}{\partial t} = \frac{1}{4m} (i\hbar \nabla + 2e\vec{A})^2 \psi^* + U\psi^* \quad / \cdot \psi$$

odčítame:

$$i\hbar \left(\psi^* \frac{\partial \psi}{\partial t} + \psi \frac{\partial \psi^*}{\partial t} \right) = \frac{1}{4m} \left[\psi^* (-i\hbar \nabla + 2e\vec{A})^2 \psi - \psi (i\hbar \nabla + 2e\vec{A})^2 \psi^* \right]$$

$$i\hbar \frac{\partial |\psi|^2}{\partial t} = \frac{1}{4m} \left[\psi^* \left(-\hbar^2 \Delta + \cancel{4e^2 \vec{A}^2} - 2ie\hbar \nabla \cdot \vec{A} - \cancel{2ie\hbar \vec{A} \cdot \nabla} \right) \psi - \psi \left(-\hbar^2 \Delta + \cancel{4e^2 \vec{A}^2} + 2ie\hbar \nabla \cdot \vec{A} + \cancel{2ie\hbar \vec{A} \cdot \nabla} \right) \psi^* \right]$$

$\nearrow$ operácia prúdov na $\vec{A}$ aj na ψ

$$\frac{\partial |\psi|^2}{\partial t} = \frac{i\hbar}{4m} \left[+\hbar^2 (\psi^* \Delta \psi - \psi \Delta \psi^*) + 4ie\hbar \vec{A} \cdot (\psi^* \nabla \psi + \psi \nabla \psi^*) + 2ie\hbar \nabla \cdot \vec{A} (\psi^* \psi + \psi \psi^*) \right]$$

$$0 = \frac{\partial |\psi|^2}{\partial t} - \frac{i\hbar}{4m} \nabla \cdot (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*) + \frac{e}{4m} \left[\underbrace{4\vec{A} \cdot (\psi^* \nabla \psi + \psi \nabla \psi^*) + 4\nabla \cdot \vec{A} \psi^* \psi}_{\nabla \cdot (\vec{A} \psi^* \psi)} \right]$$

$$0 = \frac{\partial |\psi|^2}{\partial t} + \nabla \cdot \left[-\frac{i\hbar}{4m} (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*) + \frac{e\vec{A}}{m} |\psi|^2 \right]$$

$$\rho = -2e|\psi|^2$$

$$\vec{j} = \frac{ie\hbar}{2m} (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*) - \frac{2e^2 \vec{A}}{m} |\psi|^2$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{j} = 0}$$

Preto $\vec{j}$ je prúd náboja.