$\boxed{\text{Supravodivosť 2}}$: magnetické vlastnosti

A) Voľba termodynamického potenciálu

Maxwellove rovnice $\Rightarrow$ $\dfrac{\partial u}{\partial t} + \vec{\nabla}\cdot\vec{S} = -\vec{j}\cdot\vec{E}$ (zákon zach. energie)

zmena hustoty energie — vyžiarený výkon — ohmické straty

$$\boxed{\frac{\partial u}{\partial t} = \vec{E}\cdot\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{H}\cdot\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}}$$

$\vec{S} = \vec{E}\times\vec{H}$ (Poynting)

$\rightarrow$ zmena hustoty energie v magn. systéme $\boxed{\delta u = \vec{H}\cdot\delta\vec{B}}$ (1)

Dôsledok rovnice (1): $U = \int u\, dV$ bude dosahovať minimum, ale predpíšeme v každom bode $\vec{B}(\vec{r})$

Obvyklá situácia v termodynamike: nie je predpísané $\vec{B}(\vec{r})$, ale prúdy v cievkach generujúcich polia

$\rightarrow$ Namiesto $F = U - TS$ skúsme minimalizovať inú voľnú energiu (Gibbsovu) $\boxed{G = F(H) - \int dV\, \vec{H}\cdot\vec{B}}$ (2)

$\boxed{G(H) = F(0) - \int dV \int_0^H B\, dH}$

Helmholtzova voľná energia pre $H=0$

Teraz ukážeme, že pre predpísané prúdy v cievkach $\vec{j}_{ext}$ bude G minimálne:

$$\delta G = \cancel{\delta U} - S\delta T - \int dV\, \delta\vec{H}\cdot\vec{B} - \cancel{\int dV\, \delta\vec{B}\cdot\vec{H}}$$

$$\delta G = -S\delta T - \int dV\, \nabla\times\vec{A}\cdot\delta\vec{H}$$

identita z vekt. analýzy: $\nabla\times\vec{A}\cdot\delta\vec{H} = \nabla\cdot(\vec{A}\times\delta\vec{H}) + \vec{A}\cdot\nabla\times\delta\vec{H}$

$$\delta G = -S\delta T - \int dV\, \vec{A}\cdot\underbrace{\vec{\nabla}\times\delta\vec{H}}_{\delta\vec{j}_{ext}} - \underbrace{\int dV\, \vec{\nabla}\cdot(\vec{A}\times\delta\vec{H})}_{=\oint d\vec{S}\cdot(\vec{A}\times\delta\vec{H})}$$

pre lokalizovaný zdroj $= 0$

$$\boxed{\delta G = -S\delta T - \int dV\, \vec{A}\cdot\delta\vec{j}_{ext}} \quad (3)$$

č.b.t.d.

B) Kritické pole H_c

exp. fakt: supravodivý stav je nestabilný pre dostatočne veľké aplikované polia H_c

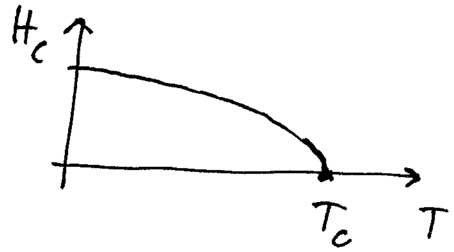
Ako uvidíme neskôr, v dostatočne veľkých poliach existujú v supravodičoch súčasne normálne aj supravodivé oblasti (N-S oblasti)

Existujú 2 typy supravodičov:

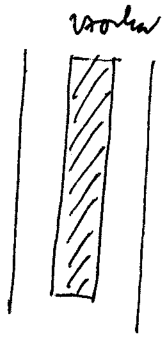
1. typ: rozhranie N-S má kladnú energiu (treba dodať energiu na jeho vytvorenie)

2. typ: rozhranie N-S má zápornú energiu (spontánna tvorba rozhraní)

Teraz študujeme 1. typ:



Uvažujme pre jednoduchosť dlhú cievku a v nej dlhú cylindrickú vzorku. Pole vnútri cievky: $H = \frac{NI}{L}$ N závitov, prúd I, dĺžka cievky L



V = objem vzorky

V_e = objem válca mimo vzorky (vnútri cievky)

Porovnajme Gibbsove energie pre vzorku v N a S stave

$$G_N = V\cdot f_N - (V+V_e)\frac{\mu_0 H^2}{2}$$

(predpokladáme $\mu_R = 1$ v N stave)

$$G_S = V\cdot f_S - V_e\frac{\mu_0 H^2}{2} \quad \rightarrow \quad G_S - G_N = V\Big(\underbrace{f_S - f_N + \frac{\mu_0 H^2}{2}}\Big)$$

Pretože vnútri vzorky:
N stav: $B = \mu_0 H$
S stav: $B = 0$
Vonku vzorky $B = \mu_0 H$

rozdiel voľných energií / objem pri $H = H_c$ musí vymiznúť

$$\boxed{f_S = f_N - \left(\frac{\mu_0 H_c^2}{2}\right)} \quad (4)$$

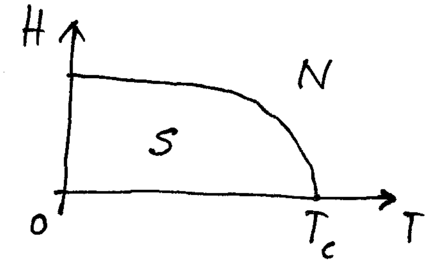
f_N, f_S: voľné energie pre $H = 0$

hustoty voľnej energie g:

$$g_S = f_S = f_N - \frac{\mu_0}{2} H_c^2 \xrightarrow{\text{hustoty entropie}} s_S = -\frac{\partial g_S}{\partial T} = s_N + \mu_0 H_c(T) \frac{\partial H_c(T)}{\partial T}$$

$$g_N = f_N - \frac{\mu_0}{2} H^2 \qquad s_N = -\frac{\partial f_N}{\partial T}$$

$$\rightarrow \boxed{s_S - s_N = +\mu_0 H_c(T) \frac{\partial H_c(T)}{\partial T}} \quad (5)$$



pozdĺž rozhrania fázovej rovnováhy v H-T rovine je $s_S < s_N$.

Merné skupenské teplo $q = T(s_N - s_S) \neq 0$ okrem prípadov $T = T_c$ a $T = 0$

Dôsledok: pri prechode $S \rightarrow N$ v tepelne izolovanej vzorke pri $H \neq 0$ sa teplota vzorky zníži.

Skok merného tepla pozdĺž krivky $H = 0$ pri T_c:

$$\boxed{c_S - c_N = \mu_0 T_c \left(\frac{\partial H_c}{\partial T}\right)^2_{T=T_c}} \quad (6)$$

Rovnice (5,6) v dobrej zhode s experimentom.

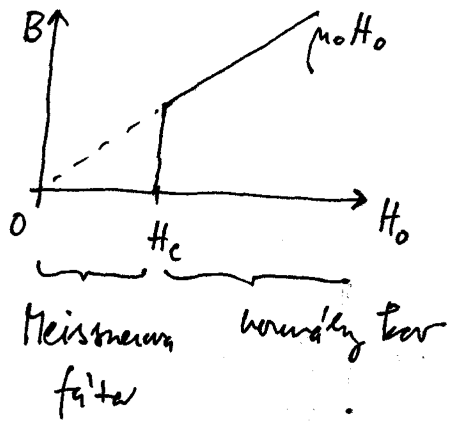
c) <u>Medzistav</u>: uvažujme teleso s demagnetizačným faktorom N nech magnetizácia je M, aplikované pole H_0 a pole vnútri telesa H

potom $H = H_0 - NM$ ale $M = \frac{1}{\mu_0} B - H$

$$\rightarrow H = H_0 - N\left(\frac{1}{\mu_0} B - H\right) \rightarrow \boxed{H = \frac{H_0 - NB/\mu_0}{1 - N}} \quad (7)$$

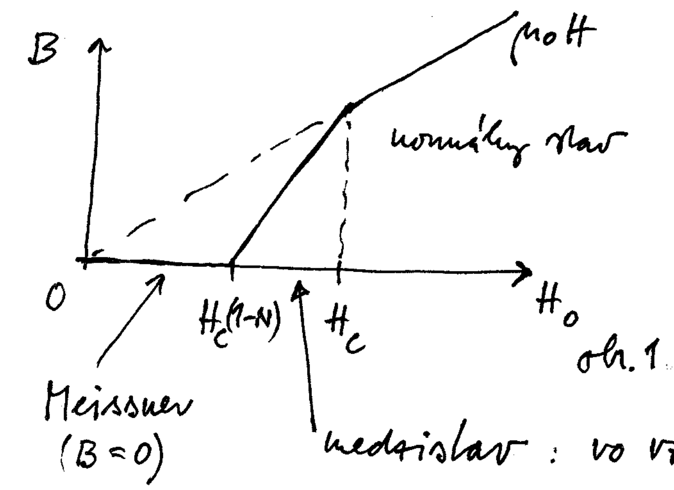
Špeciálny prípad: $N = 0$ (pole pozdĺž dlhého cylindra)

Potom $H = H_0$:



B = indukcia vnútri telesa

Nech teraz $N \neq 0$:



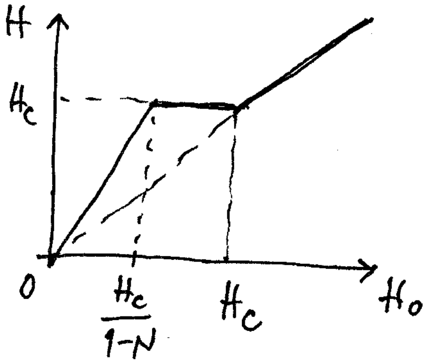
medzistav: vo vzorke sa striedajú normálne a supravodivé oblasti

Medzistav:

- keby celkom normálny, potom by v ňom bolo $H < H_c$
- keby celkom supravodivý ($B=0$), potom by tam bolo $H > H_c$

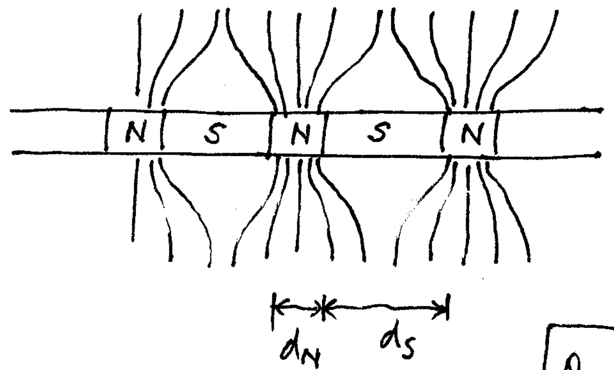
Tvrdenie: v medzistave je $B(H_0)$ také, ako na obr. 1

Dôkaz: z obr. 1 vyplýva



Teda $H = H_c$ v medzistave.
To je prirodzená podmienka pre medzistav, keďže v ňom sú N a S oblasti v rovnováhe.
ČBTD

Špeciálny prípad: platnička v kolmom poli ($N=1$)
medzistav existuje pre všetky hodnoty $H_0 < H_c$.
Mezoskopický obraz pre lamelárnu štruktúru



rovnica (7) sa redukuje na $B = \mu_0 H_0$

makroskopický priemer cez veľa domén:

$$B = \rho_S \cdot 0 + \rho_N \cdot \mu_0 H_c$$

$$\boxed{\rho_N = \frac{H_0}{H_c}}$$

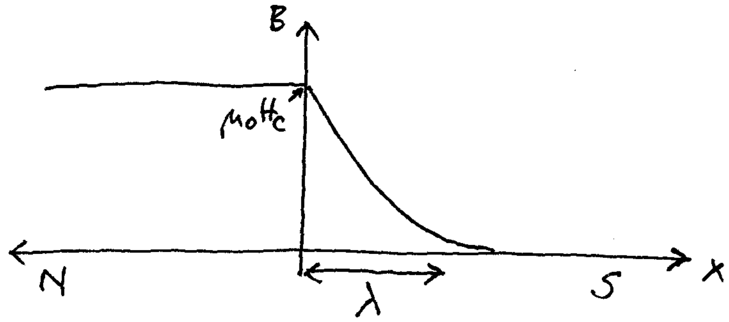
váhy S a N oblastí, $\rho_S + \rho_N = 1$

Rozmery d_S a d_N možno určiť minimalizáciou energie, podobne ako pri doménovej štruktúre magnetov.

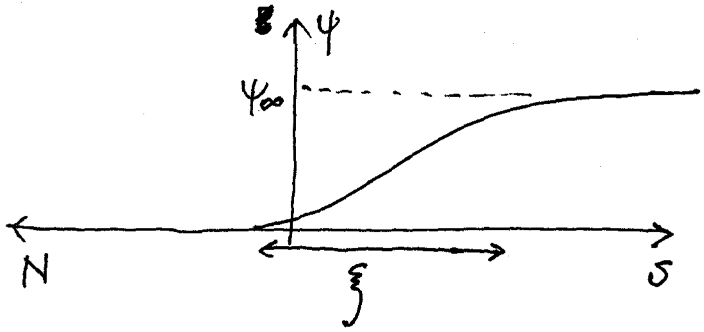
Faktory zvýhodňujúce veľké $d_{S,N}$: energia rozhraní (>0)

—— || —— malé $d_{S,N}$: energia mag. poľa mimo doštičky

D) Povrchová energia rozhrania N-S



← profil mag. poľa na rozhraní N-S v medzistave pri nízkych teplotách $\lambda \sim \lambda_L$



← vlnová funkcia $\psi(\vec{r})$ v blízkosti rozhrania pri nízkych teplotách $\xi \sim \xi_0$

Prienik mag. poľa do oblasti S znižuje voľnú energiu G na jednotku plochy σ

$$\sim -\mu_0 H_c^2 \lambda$$

Potlačenie vlnovej funkcie ψ zvyšuje plošnú hustotu G σ

$$\sim +\mu_0 H_c^2 \xi$$

<u>ZÁVER</u>: pre $\xi > \lambda \rightarrow$ Typ 1

pre $\xi < \lambda \rightarrow$ Typ 2