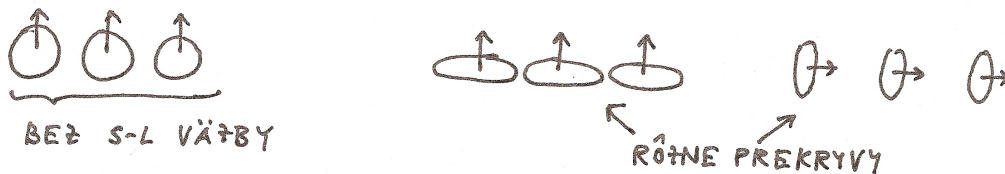


23. Doménová štruktúra feromagnetov

Energia anizotropie

V Heisenbergovom modeli nezávisí objemová hustota energie magnetu u od smeru $\mathbf{n}$ magnetizácie. Avšak v dôsledku slabej, ale nenulovej spinovo-orbitálnej interakcie môže vzniknúť netriviálna závislosť objemovej hustoty energie magnetu $u = u(\mathbf{n})$. Inými slovami, v materiáli môžu existovať preferované smery, tzv. smery ľahkej magnetizácie. Ak sa materiál zmagnetizuje v týchto smeroch, jeho energia bude minimálna. Natočenie magnetizácie do iných smerov potom spôsobí dodatočný prírastok energie.



Kvalitatívne možno pôvod smerovej závislosti $u(\mathbf{n})$ vysvetliť nasledovne. V dôsledku fixovania smeru magnetizácie a existencie nenulovej spinovo-orbitálnej interakcie sa budú orbitály deformovať špecifickým spôsobom závislým od smeru $\mathbf{n}$. Táto deformácia zmení coulombovskú energiu materiálu a aj výmenné interakcie medzi magnetkami. Zmeny budú závislé od $\mathbf{n}$.

Pri diskusii funkcie $u(\mathbf{n})$ sa obmedzíme na fenomenologický prístup. Funkcia $u(\mathbf{n})$ musí byť kompatibilná so symetriou materiálu a navyše musí platiť $u(\mathbf{n}) = u(-\mathbf{n})$. Spomenieme tri špeciálne prípady:

1. amorfné materiály sú spinovo izotrópne, $u(\mathbf{n}) = \text{konštanta}$.
2. hexagonálne kryštály (napríklad Co): v prvom priblížení energia závisí iba od smeru θ medzi hexagonálnou osou a $\mathbf{n}$. V najjednoduchšom modeli $u(\theta) = K \sin^2 \theta$. Pre $K > 0$ sa minimum realizuje v smeroch $\theta = 0, \pi$ (smery ľahkej magnetizácie), kým pre $K < 0$ leží minimum v smeroch $\theta = \pi/2$ (rovina ľahkej magnetizácie). Pre Co je $K > 0$ a $K \sim 10^5 \text{ J/m}^3$, čo je rádovo 10^{-6} eV na atóm.
3. kubické kryštály (napríklad Fe): nech platí $\mathbf{n} = (n_1, n_2, n_3)$. Funkcia $u(\mathbf{n})$ musí závisieť len od n_i^2 . Teda Taylorov rad bude obsahovať iba párne mocniny. V druhom ráde dostaneme člen úmerný $n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 = 1$, teda najnižší netriviálny príspevok pochádza od štvrtého rádu. Magnetická anizotropia Fe je dobre popísaná príspevkami štvrtého a šiesteho rádu: $u = K_1(n_1^2 n_2^2 + n_2^2 n_3^2 + n_3^2 n_1^2) + K_2 n_1^2 n_2^2 n_3^2$, kde $K_1 = 4.2 \times 10^4 \text{ J/m}^3$ a $K_2 = 1.5 \times 10^4 \text{ J/m}^3$.

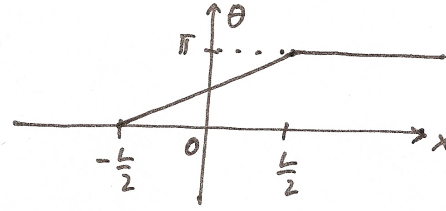
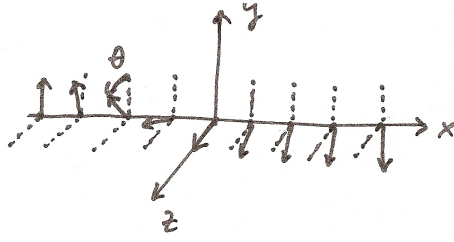
Doménová stena

Po zahrnutí energie anizotropie existuje iba konečný počet rôznych magnetických základných stavov daného materiálu. V tejto časti budeme riešiť otázku, ako vyzerá prechodová oblasť medzi dvomi polonekonečnými oblasťami, v ktorých sa realizujú rôzne základné stavy.

Pre jednoduchosť sa obmedzíme na skúmanie materiálov s anizotropiou typu $u(\theta) = K \sin^2 \theta$ s $K > 0$, kde θ je uhol medzi $\mathbf{n}$ a osou y . V takomto materiáli sa realizujú dva základné stavy: $\theta = 0$ alebo $\theta = \pi$. Budeme predpokladať, že v polpriestore (doméne) $x < 0$ sa realizuje stav $\theta = 0$ a v polpriestore (doméne) $x > 0$ zas stav s $\theta = \pi$. Rozhranie medzi týmito konfiguráciami teda leží v rovine yz a nazýva sa doménová stena. Očakávame, že v blízkosti doménovej steny budú konfigurácie deformované a spiny sa spojitاً nатаčajú v rovine yz , pričom uhol natočenia θ je funkciou súradnice x . Hrúbka doménovej steny L bude určená optimalizáciou súčtu Heisenbergovej výmennej interakcie, ktorá je minimalizovaná pre hrubé steny, a energie anizotropie, ktorá je minimalizovaná pre tenké steny. Z makroskopického pohľadu (t.j. na dĺžkových škálach oveľa väčších ako L) je doménová stena dvojrozmerným objektom, ktorému možno priradiť plošnú hustotu energie σ . Naším cieľom bude odhadnúť L a σ .

Predpokladajme pre konkrétnosť, že magnet je tvorený spinmi v bodoch jednoduchej kubickej mriežky s mriežkovou konštantou a . Očíslujme atomárne roviny rovnobežné s yz indexom n a položme $n = 0$ v strede domény. Predpokladajme ďalej, že veľkosť všetkých spinov je m a ich natočenie je rovnaké pre všetky spiny v rovine n a je rovné θ_n . Potom prírastok výmennej energie (na jednotku plochy steny) oproti jej hodnote v homogénne zmagnetizovanom systéme bude

$$\sigma_{\text{ex}} = -\frac{J}{a^2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} [\mathbf{S}_n \cdot \mathbf{S}_{n+1} - m^2] = \frac{Jm^2}{a^2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} [1 - \cos(\theta_{n+1} - \theta_n)] \approx \frac{Jm^2}{2a} \sum_{n=-\infty}^{\infty} a \left(\frac{\theta_{n+1} - \theta_n}{a} \right)^2$$



V poslednej rovnici sme predpokladali pomalú zmenu uhla na atomárnej škále.¹ Ak interpretujeme a ako prírastok Δx , potom posledný vzťah môžeme písať v tvare $\sigma_{\text{ex}} = A \int_{-\infty}^{\infty} dx \left(\frac{d\theta}{dx} \right)^2$, kde sme zaviedli $A = \frac{Jm^2}{2a}$. Na druhej strane, energia anizotropie na jednotku plochy steny je $\sigma_{\text{aniso}} = K \int_{-\infty}^{\infty} dx \sin^2 \theta$ a preto celková energia doménovej steny je

$$\sigma = \int_{-\infty}^{\infty} dx \left[A \left(\frac{d\theta}{dx} \right)^2 + K \sin^2 \theta \right]$$

Funkcionál $\sigma[\theta(x)]$ možno minimalizovať presne. My sa obmedzíme na diskusiu nasledovného variačného riešenia $\theta(x)$ s variačným parametrom L : Predpokladajme, že pre $x < -L/2$ je $\theta = 0$ a pre $x > L/2$ je $\theta(x) = \pi$. Na intervale $\langle -L/2, L/2 \rangle$ nech $\theta(x)$ lineárne interpoluje medzi 0 a π , t.j. nech $\theta(x) = \pi/2 + \pi x/L$. Potom $d\theta/dx = \pi/L$ a $\sin \theta(x) = \cos(\pi x/L)$, čiže

$$\sigma(L) \approx \int_{-L/2}^{L/2} dx \left[A \left(\frac{\pi}{L} \right)^2 + K \cos^2 \frac{\pi x}{L} \right] = \frac{A\pi^2}{L} + \frac{KL}{2}$$

Minimalizáciou funkcie $\sigma(L)$ dostaneme

$$\frac{L}{a} = \sqrt{\frac{2\pi^2 A}{Ka^2}} = \pi m \sqrt{\frac{J}{Ka^3}}; \quad \sigma = \frac{\pi m \sqrt{JKa^3}}{a^2}$$

Pre typické hodnoty $J \sim 10^{-1}$ eV a $Ka^3 \sim 10^{-6}$ eV potom dostaneme $L/a \sim 500$ a povrchová energia je $\sim 5 \times 10^{-4}$ eV na atomárnu plochu rozhrania. Teda doménová stena je omnoho hrubšia ako atomárne vzdialenosti, v súlade s naším predpokladom. Na druhej strane, stena je tenká na makroskopických škálach.

Magnetostatická energia

(i) Keďže dominantným príspevkom k energii feromagnetu je príspevok od výmennej interakcie, v každom bode feromagnetu budeme predpokladať, že vektor $\mathbf{M}(\mathbf{r})$ má presne definovanú dĺžku, danú rovnovážnou magnetizáciou Heisenbergovho modelu.

(ii) Druhou najsilnejšou interakciou je energia anizotropie. Budeme predpokladať, že v každom bode je magnetizácia orientovaná v jednom zo smerov ľahkej magnetizácie.

Najmenšou energiou v energetickej bilancii magnetu je magnetostatická energia, t.j. energia interakcie magnetiek s magnetickým poľom. V tejto časti budeme riešiť problém minimalizácie magnetostatickej energie pri vedľajších podmienkach (i) a (ii). Prírastok hustoty energie poľa je $\delta u_{\text{pole}} = \mathbf{H} \cdot \delta \mathbf{B}$. Preto magnetostatickú energiu magnetu možno reprezentovať vzťahom

$$U_{\text{pole}} = \int dV \int_0^{\mathbf{B}} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{B} = \mu_0 \int dV \int_{-\mathbf{M}}^{\mathbf{H}} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{H} = \frac{\mu_0}{2} \int dV \mathbf{H}^2 - \frac{\mu_0}{2} \int dV \mathbf{M}^2$$

kde sme využili vzťah $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mu_0 \mathbf{M}$. Keďže veľkosť $\mathbf{M}$ je fixovaná, treba minimalizovať príspevok člena $\frac{\mu_0}{2} \int dV \mathbf{H}^2$. Potrebujeme teda určiť priestorové rozloženie poľa $\mathbf{H}(\mathbf{r})$. Predpokladajme pre jednoduchosť, že jediným zdrojom magnetických polí je pole magnetizácie $\mathbf{M}(\mathbf{r})$. Maxwelllove rovnice potom možno písať v tvare

$$\nabla \times \mathbf{H} = 0; \quad \nabla \cdot \mathbf{H} = \rho_M$$

¹Tento predpoklad bude overený na konci výpočtu.

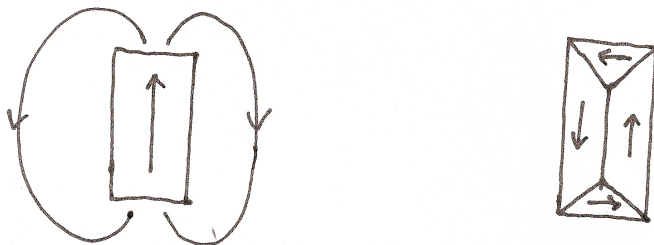
kde druhá rovnica vznikla z $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ po využití vzťahu $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mu_0 \mathbf{M}$ a zavedení objemovej hustoty “magnetického náboja” $\rho_M = -\nabla \cdot \mathbf{M}$. Počítaním veľkosti “magnetického náboja” v infinitezimálnom objeme s centrom na povrchu magnetu s vonkajšou normálou $\mathbf{n}$ ľahko ukážeme, že na povrchu magnetu existuje povrchová hustota “magnetického náboja” $\sigma_M = \mathbf{M} \cdot \mathbf{n}$. Z analógie rovníc pre $\mathbf{H}$ s rovnicami elektrostatiky vyplýva, že riešenie pre $\mathbf{H}$ je:

$$\mathbf{H} = \frac{1}{4\pi} \int_V d^3\mathbf{r} \frac{\rho_M \mathbf{r}}{r^3} + \frac{1}{4\pi} \oint_S d^2\mathbf{r} \frac{\sigma_M \mathbf{r}}{r^3}$$

kde sa integrujú magnetické náboje cez objem V a povrch S magnetu. Minimálna magnetostatická energia sa teda realizuje pre konfigurácie s nulovou objemovou aj plošnou hustotou magnetického náboja.

Doménová štruktúra

Skúmame hranol s podstavou d^2 a výškou $h > d$ z kubického magnetu, ktorý je homogénne zmagetizovaný v smere hrany h . Nech hrany hranola sú zároveň smermi ľahkej magnetizácie. Hoci výmenná energia a energia anizotropie sú touto konfiguráciou minimalizované, magnetostatická energia je nenulová, pretože obidve podstavy vzorky sú kolmé na $\mathbf{M}$ a preto sa stávajú zdrojmi plošného magnetického náboja. Vo vzorke aj mimo nej preto vzniká pole $\mathbf{H}$, ktorého energiu možno odhadnúť ako $U_{\text{pole}} \sim \mu_0 M^2 V$, kde $V = d^2 h$ je objem vzorky.



Konfigurácia so štyrmi magnetickými doménami na obrázku vpravo tiež minimalizuje výmennú energiu a energiu anizotropie. Naviac, ak na každom vnútornom rozhraní medzi doménami i a j s normálou $\mathbf{n}_{ij}$ platí $\mathbf{M}_i \cdot \mathbf{n}_{ij} = \mathbf{M}_j \cdot \mathbf{n}_{ij}$,² potom táto konfigurácia neobsahuje magnetické náboje, teda $\mathbf{H} = 0$ v celom priestore a magnetostatická energia vzorky je nulová. Na druhej strane, v tejto konfigurácii pribudne energia doménových stien, ktorú odhadneme ako $U_{\text{steny}} \sim \sigma dh$.

Konfigurácia s doménami bude stabilná, ak $U_{\text{pole}} > U_{\text{steny}}$, t.j. ak $d > \frac{\sigma}{\mu_0 M^2}$, čiže v dostatočne veľkých vzorkách. Ak magnetizáciu odhadneme ako $M \sim \mu_B/a^3$, potom podmienka stability domén je $d/a > \sqrt{JKa^3/E_{\text{dipol}}}$, kde $E_{\text{dipol}} = \mu_0 \mu_B^2/a^3$. Pre $J \sim 10^{-1}$ eV, $Ka^3 \sim 10^{-6}$ eV a $E_{\text{dipol}} \sim 10^{-5}$ eV dostaneme, že domény sú stabilné už vo veľmi malých vzorkách $d/a > 30$.

V reálnych experimentálnych geometriách je obvykle konfigurácia domén veľmi komplikovaná. Na jej zviditeľnenie možno použiť tzv. Bitterovu dekoračnú techniku: pri posypaní povrchu vzorky jemnými feromagnetickými pilinami sa tieto sústreďujú pozdĺž čiar, kde doménové steny pretínajú povrch kryštálu. Dôvod je nasledovný: piliny sú vťahované do oblastí s veľkým magnetickým poľom. Zdrojom rozptylových polí sú tie miesta na povrchu vzorky, kde $\mathbf{M}$ nie je rovnobežné s povrchom vzorky, a to sú práve spomínané čiary.

Hysterézia v ideálnych kryštáloch

Skúmame najprv zmeny doménovej štruktúry v dokonalej vzorke bez akýchkoľvek štruktúrnych defektov. Po vložení takejto vzorky do vonkajšieho magnetického poľa sa bude doménová štruktúra modifikovať dvomi spôsobmi:

1. v malých poliach budú domény s magnetizáciou orientovanou najbližšie k smeru aplikovaného poľa rásť na úkor nevýhodne orientovaných domén; tento proces sa deje prostredníctvom pohybu doménových stien a jeho posledným štádiom je existencia jedinej domény vo vzorke;
2. pri ďalšom raste poľa sa magnetizácia natáča zo smeru ľahkej magnetizácie do smeru aplikovaného poľa;

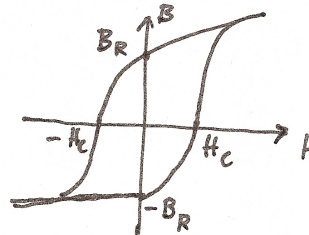
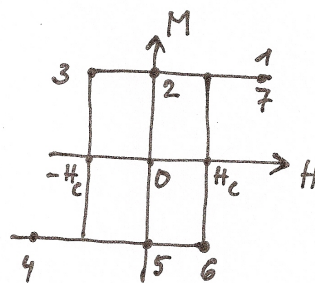
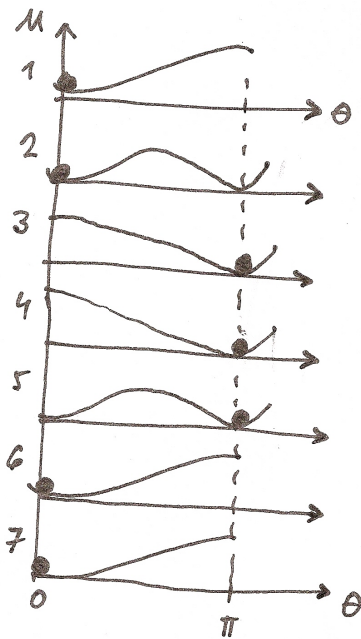
²V konfigurácii na obrázku je táto podmienka splnená, ak šikmé doménové steny zvierajú uhol 45° s magnetizáciou.

Teraz ukážeme, že magnetizácia vzorky vo všeobecnosti závisí nielen od aplikovaného poľa H , ale aj od histórie vzorky. Takýto jav sa nazýva hysterézia a súvisí s existenciou metastabilných stavov. Skúmame pre jednoduchosť malú jednodoménovú guľovú časticu s ľahkým smerom magnetizácie v smere osi z . Študujeme hodnotu magnetizácie M v poli H pozdĺž osi z . Označme uhol medzi $\mathbf{M}$ a osou z ako θ . Hustota energie vzorky ako funkcia θ je

$$u(\theta) = K \sin^2 \theta - \mu_0 M H \cos \theta; \quad u(\delta) \approx -\mu_0 M H + K \left(1 + \frac{H}{H_c}\right) \delta^2; \quad u(\pi + \delta) \approx \mu_0 M H + K \left(1 - \frac{H}{H_c}\right) \delta^2$$

kde $H_c = \frac{2K}{\mu_0 M}$ a posledné dva rozvoje platia pre malé hodnoty δ . Všimnime si:

- pre polia $H > 0$ je energia minimalizovaná magnetizáciou s $\theta = 0$. Takáto konfigurácia je stabilná voči malým fluktuáciám δ v širšom intervale polí, a síce pre $H > -H_c$.
- pre polia $H < 0$ je energia minimalizovaná magnetizáciou s $\theta = \pi$. Takáto konfigurácia je stabilná voči malým fluktuáciám δ v širšom intervale polí, a síce pre $H < H_c$.



$B_R =$
REMANENTNÁ
MAGNETIZÁCIA

Skúmame teraz závislosť M od H , viď obrázok:

- Začneme cyklus v poli $H_{\max} > H_c$. Tu existuje jediné riešenie $\theta = 0$.
- Znížme pole na hodnotu $H = 0$. Tu existujú dve stabilné riešenia, systém zostáva v minime pri $\theta = 0$.
- Znížme pole na hodnotu $H = -H_c$. Riešenie pri $\theta = 0$ prestáva byť stabilné. Systém prechádza do stavu $\theta = \pi$.
- Znížme pole na minimálnu hodnotu $H_{\min} < -H_c$. Systém ostáva v stave $\theta = \pi$, ktorý jediný je stabilný.
- Zvýšme pole na hodnotu $H = 0$. Tu existujú dve stabilné riešenia, systém zostáva v minime pri $\theta = \pi$.
- Zvýšme pole na hodnotu $H = H_c$. Riešenie pri $\theta = \pi$ prestáva byť stabilné. Systém prechádza do stavu $\theta = 0$.
- Zvýšme pole na hodnotu $H_{\max} > H_c$. Reprodukovali sme bod 1.

Hoci termodynamicky rovnovážna magnetizácia má znamienko totožné s externým poľom H , ak doba života v metastabilných stavoch je dlhšia než čas trvania zmeny H , potom nastáva hysterézia. Pole H_c , pri ktorom dochádza k preklopeniu magnetizácie, sa nazýva koerčitívne pole.

Hysterézia v reálnych kryštáloch

V reálnych kryštáloch existujú defekty a doménové steny s nimi interagujú. Predpokladajme napríklad príťažlivú interakciu medzi doménovou stenou a náhodne rozmiestnenými bodovými defektmi. Doménovú

stenu si možno predstaviť ako pružnú blanu s povrchovým napätím σ . Tvar blany bude daný optimalizáciou súčtu pružnej energie a energie interakcie s defektmi: blana má zhruba rovinný tvar, ale jej tvar nie je ideálne rovinný, aby mohla prechádzať cez defekty blízke k ideálnej rovine blany. Aplikáciu externého poľa si možno predstaviť ako vektor fúkajúci z jednej strany blany. Blana sa začne vydúvať v smere vetra, až pri prekročení kritickej sily vetra (kritického aplikovaného poľa) sa blana odtrhne od najslabšieho defektu a prúskokom preskočí k ďalšiemu defektu po smere vetra. Teda makroskopický pohyb dislokácie sa realizuje sadou mikroskopických prúskokov. Ale pri každom z prúskokov sa skokovite zmení pole $\mathbf{B}$ vo vzorke a teda sa vyžiari elektromagnetický pulz. Takéto pulzy boli pozorované už v r. 1919 ako tzv. Barkhausenov šum.

Koercitívne pole v reálnych materiáloch závisí od ľahkosti, s akou sa doménové steny pohybujú. V permanentných magnetoch napríklad žiadame, aby H_c bolo veľké. To možno doceliť jednak zavedením vhodných defektov so silnou interakciou s doménovými stenami, jednak zvýšením energie anizotropie. Vo feritoch možno dosiahnuť $H_c \sim 10^5$ A/m.

Naopak, v transformátoroch sa vyžaduje malé H_c kvôli minimalizácii strát $\oint H dB$. V zliatine permalloy $H_c = 2.8$ A/m.