

25. Magnetické vlastnosti supravodičov

Termodynamické kritické pole

Skúmame nasledovnú jednoduchú experimentálnu konfiguráciu. Magnetické pole nech je budené dlhým solenoidom dĺžky L s N závitmi, nesúcim prúd I . Magnetické pole vnútri solenoidu potom bude $H = NI/L$. Do solenoidu je umiestnená homogénna kovová vzorka v tvare dlhého valca, ktorá vyplňa celý objem solenoidu. Označme objem vzorky $V = LS$, kde S je prierez solenoidu. Nech M je magnetizácia vzorky a $B = \mu_0 H + \mu_0 M$ je magnetická indukcia vo vzorke. Helmholtzovu voľnú energiu vzorky definujeme vzťahom $F(T, B) = F_0(T) + V \int_0^B H dB$. Definujeme tiež objemovú hustotu Helmholtzovej voľnej energie $f(T, B) = f_0(T) + \int_0^B H dB$.

Skúmame premenu vzorky zo stavu 1 s magnetizáciou M_1 a Helmholtzovou voľnou energiou F_1 do stavu 2 s magnetizáciou M_2 a voľnou energiou F_2 . Pri infinitezimálnom náraste magnetizácie o dM narastie magnetický tok cez jeden závit solenoidu o $d\Phi = \mu_0 S dM$. Vďaka tomu sa na závite indukuje napätie $U = -d\Phi/dt$, ktoré je podľa Lenzovho zákona orientované proti toku prúdu I . Teda v procese transformácie vzorky zo stavu 1 do stavu 2 vzorka koná prácu na solenoide, ktorému (t.j. N závitom) sa energia zvýši o $A = N \int U I dt = -NI \int d\Phi = -NI\mu_0 S(M_2 - M_1)$. Ak využijeme vzťah pre pole H vnútri solenoidu, môžeme písať $A = -V\mu_0(M_2 - M_1)H$. Teda stavy 1 a 2 budú v termodynamickej rovnováhe, ak celkový prírastok energie systému vzorka + cievka je nulový, $F_2 - F_1 + A = 0$, čo možno písať v tvare

$$F_2 - V\mu_0 H M_2 = F_1 - V\mu_0 H M_1; \quad F_2 - V H B_2 = F_1 - V H B_1$$

kde druhú rovnicu sme dostali odčítaním $V\mu_0 H^2$ od oboch strán prvej rovnice. Ak zavedieme nový termodynamický potenciál $G(T, H) = F(T, B) - VHB$, potom podmienku rovnováhy stavov 1 a 2 vo vonkajšom aplikovanom poli môžeme písať ako rovnosť (Gibbsových) voľných energií $G_2(T, H) = G_1(T, H)$, prípadne ako rovnosť príslušných objemových hustôt $g_2(T, H) = g_1(T, H)$, kde¹

$$g(T, H) = f_0(T) + \int_0^B H dB - HB = f_0(T) - \int_0^H B dH = f_0(T) - \frac{\mu_0}{2} H^2 + \mu_0 \int_0^H (-M) dH \quad (1)$$

Experimenty ukázali, že v silných aplikovaných magnetických poliach supravodiče prechádzajú do normálneho kovového stavu. Preskúmame termodynamické dôsledky tohto pozorovania. Nech objemové hustoty (Helmholtzovej) voľnej energie v nulovom aplikovanom poli v normálnom a supravodivom stave sú $f_N(T)$ a $f_S(T)$. V normálnom stave zanedbajme slabú magnetickú odozvu, t.j. položíme $M_N = 0$. Na druhej strane, v supravodivom stave predpokladajme $M_S = -H$. Tak dostaneme

$$g_N(T, H) = f_N(T) - \frac{1}{2}\mu_0 H^2; \quad g_S(T, H) = f_S(T) \quad (2)$$

čiže Gibbsova voľná energia v normálnej fáze s polom klesá, kým v supravodivej fáze ostáva konštantná. Predpokladajme, že supravodivá a normálna fáza sú v rovnováhe pri kritickom magnetickom poli H_c . Potom musí platiť $g_S(T, H_c) = g_N(T, H_c)$, odkiaľ dostaneme podmienku

$$f_S(T) = f_N(T) - \frac{1}{2}\mu_0 H_c^2(T) \quad (3)$$

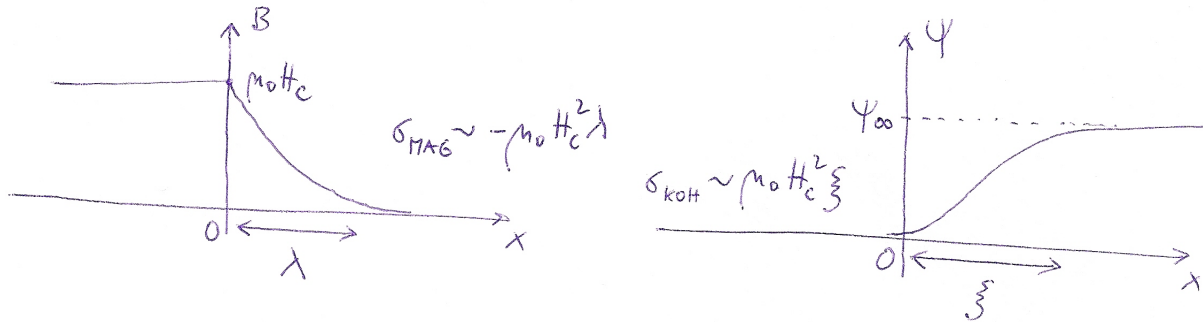
Teda voľná energia supravodiča je nižšia ako normálneho kovu. Ich rozdiel sa nazýva kondenzačná energia. V ďalšom výklade ukážeme, že určovanie H_c alebo kondenzačnej energie $\frac{1}{2}\mu_0 H_c^2$ nie je vždy priamočiare.

Supravodiče 1. a 2. typu

Skúmame vzorku v aplikovanom poli H_c . Gibbsova voľná energia vzorky vtedy nezávisí od toho, či sa vzorka nachádza v normálnom alebo supravodivom stave. Predpokladajme, že vo vzorke existuje rovinné rozhranie (rovnobežné s aplikovaným polom), ktoré vzorku rozdeľuje na dva polpriestory: v oblasti $x > 0$ nech sa realizuje supravodivá fáza a v oblasti $x < 0$ nech je normálny kov. Gibbsova voľná energia takejto konfigurácie je totožná s voľnou energiou homogénneho supravodiča alebo normálneho kovu, až na prítomnosť povrchovej energie súvisiacej s prítomnosťou rozhrania. Teraz odhadneme plošnú hustotu povrchovej energie σ takéhoto rozhrania. Existujú dva príspevky k energii rozhrania:

¹ Rovnosť $\int_0^B H dB - HB = - \int_0^H B dH$ možno ľahko overiť graficky, porovnaním príslušných plôch v grafe monotónne rastúcej funkcie $B = B(H)$, pričom $B(0) = 0$.

- i) Magnetické pole bude prenikať z normálnej oblasti do supravodiča. Hĺbka vniku bude $\sim \lambda$ a v oblasti preniknutej poľom bude magnetizácia ~ 0 namiesto $\sim -H_c$. Preto v oblasti preniknutej poľom bude hustota Gibbsovej energie supravodiča znížená o $\sim \mu_0 H_c^2$ oproti supravodiču v Meissnerovom stave. Príspevok prieniku magnetického poľa k plošnej hustote povrchovej energie preto bude $\sigma_{\text{mag}} \sim -\lambda \mu_0 H_c^2$.
- ii) V normálnom kove je makroskopická vlnová funkcia nulová, $\psi = 0$. Budeme predpokladať, že vlnová funkcia sa nemôže meniť skokom, ale musí byť spojitá. Charakteristická dĺžka, na ktorej sa ψ môže zmeniť z nulovej hodnoty na rovnovážnu hodnotu ďaleko od rozhrania, nech je ξ (tzv. koherenčná dĺžka). Potom supravodič stráca kondenzačnú energiu na hĺbke rádovo ξ , čiže príspevok koherencie vlnovej funkcie k plošnej hustote povrchovej energie bude $\sigma_{\text{koh}} \sim \xi \mu_0 H_c^2$.



Teda existujú dva typy supravodičov:

Supravodiče 1. typu sa realizujú v prípade² $\lambda < \xi/\sqrt{2}$. V tomto prípade dominuje príspevok σ_{koh} k povrchovej energii, tá je preto kladná a systém minimalizuje plochu rozhraní supravodič-normálny kov.

Supravodiče 2. typu sa realizujú v prípade $\lambda > \xi/\sqrt{2}$. V tomto prípade dominuje príspevok σ_{mag} k povrchovej energii, tá je preto záporná a vo vzorke spontánne vznikajú rozhrania.

Koherenčnú dĺžku možno odhadnúť v limite nízkych teplôt ako rozmer Cooperovho páru.³ Veľkosť Cooperovho páru ξ_0 možno odhadnúť z princípu neurčitosti ako neurčitosť súradnice v radiálnom smere δr . Tá však spĺňa Heisenbergov vzťah $\delta r \times \delta p \sim \hbar$, kde δp je neurčitosť hybnosti elektrónov v radiálnom smere. Keďže väzbová energia Cooperových párov je Δ a rýchlosť elektrónov na Fermiho ploche je v_F , potom neurčitosť hybnosti možno odhadnúť zo vzťahu $v_F \delta p \sim \Delta$. Tak dostávame odhad koherenčnej dĺžky

$$\xi_0 \sim \frac{\hbar v_F}{\Delta}$$

V nízkoteplotných supravodičoch je Δ malé a koherenčné dĺžky sú veľké, napr. pre Sn $\xi_0 \approx 300$ nm. Teda nízkoteplotné supravodiče sú obvykle 1. typu. Vo vysokoteplotných supravodičoch $\xi_0 \approx 1.5$ nm, čiže ide o supravodiče 2. typu.

Magnetické vlastnosti supravodičov 1. typu

Obmedzíme sa na štúdium vzoriek v tvare rotačných elipsoidov. V magnetostatike sa totiž ukazuje, že v tomto prípade homogénne zmagnetizované teleso s magnetizáciou $\mathbf{M}$ orientovanou v smere rotačnej osi vytvára homogénne interné pole $\mathbf{H}_{\text{int}} = -N\mathbf{M}$, kde N je tzv. demagnetizačný faktor, ktorý závisí iba od pomeru poloosí rotačného elipsoidu. Vo všeobecnosti platí $0 \leq N \leq 1$. Uvedieme niekoľko dôležitých špeciálnych príkladov: pre guľu $N = 1/3$,

pre dlhú tyč: zmagnetizovanú v pozdĺžnom smere $N = 0$, zmagnetizovanú v priečnom smere $N = 1/2$,

pre tenkú platňu: zmagnetizovanú v pozdĺžnom smere $N = 0$, zmagnetizovanú v priečnom smere $N = 1$.

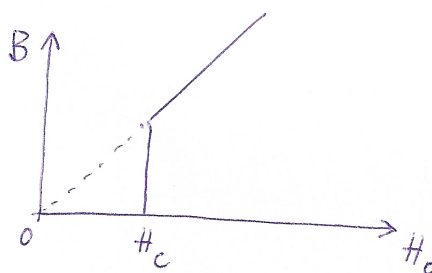
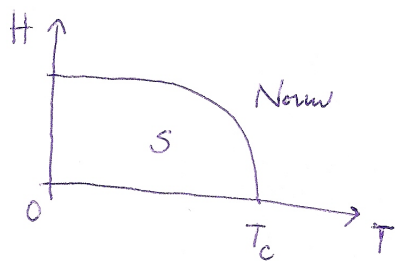
Nech aplikované pole $\mathbf{H}_0$ leží v smere rotačnej osi telesa. Potom celkové pole vnútri vzorky je⁴ $H = H_0 - NM$. Na druhej strane však platí $M = B/\mu_0 - H$, preto celkové pole možno písať

$$H = \frac{H_0 - NB/\mu_0}{1 - N} \quad (4)$$

²Číselný faktor $\sqrt{2}$ vyplýva z detailnejšej, tzv. Ginzburgovej-Landauovej teórie.

³Je zrejmé, že ξ nemôže byť nikdy kratšia ako tento rozmer.

⁴Keďže všetky polia majú tú istú orientáciu, odteraz píšeme polia ako skaláry.



Teleso s nulovým demagnetizačným faktorom

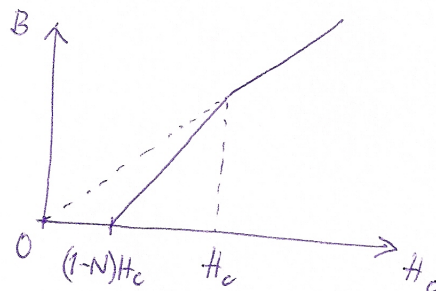
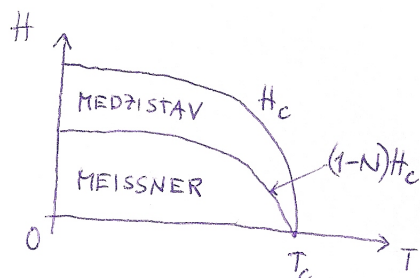
V tomto prípade celkové pole je totožné s aplikovaným poľom, $H = H_0$, a vo fázovom diagrame (T, H) existujú dve fázy: supravodivá (meissnerovská) fáza pri nízkych teplotách a poliach a nesupravodivá fáza. Fázy sú oddelené čiarou $H_c(T)$, pozdĺž ktorej supravodivá a normálna fáza koexistujú. Kombináciou rovníc (2) a (3) dostaneme vzťahy pre hustotu entropie

$$s_N = -\frac{\partial g_N}{\partial T} = -\frac{\partial f_N}{\partial T} \quad s_S = -\frac{\partial g_S}{\partial T} = s_N + \mu_0 H_c(T) \frac{\partial H_c(T)}{\partial T}$$

Keďže kritické pole H_c klesá s teplotou, je teda entropia supravodivej fázy pozdĺž čiary koexistencie nižšia než entropia normálnej fázy a okrem prípadu⁵ $T = T_c$ je prechod N-S 1.druhu, spojený s nenulovým skupenským teplom $q = T(s_N - s_S)$, ktoré treba dodať na “roztopenie” supravodiča na normálny kov. Pri $T = T_c$ je fázový prechod N-S 2.druhu so spojitou entropiou a skokom merného tepla

$$c_S - c_N = T_c \frac{\partial}{\partial T} (s_S - s_N)|_{T=T_c} = \mu_0 T_c \left(\frac{\partial H_c}{\partial T} \right)^2_{T=T_c}$$

Vzťahy pre skupenské teplo, resp. skok merného tepla zväzujú tepelné veličiny s magnetickými. Tieto vzťahy sú v dobrej zhode s experimentami.



Teleso s nenulovým demagnetizačným faktorom

V tomto prípade existujú tri fázy:

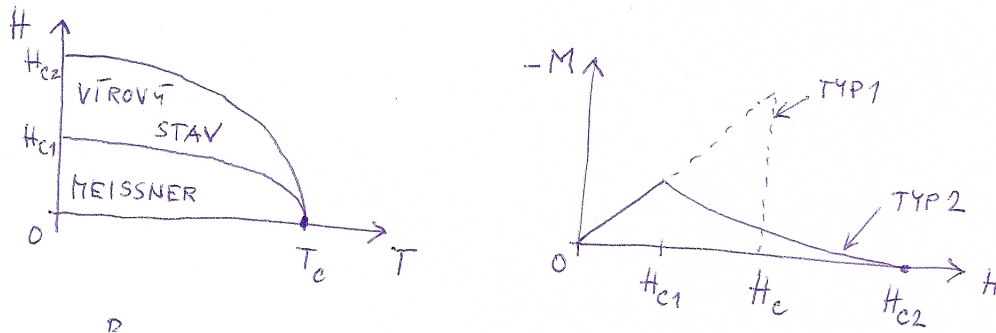
1. Ak $H_0 < (1 - N)H_c$, potom meissnerovská fáza s $B = 0$ je stabilná, pretože celkové pole $H < H_c$.
2. Ak $H_0 > H_c$, riešením rovnice (4) je $B = \mu_0 H$ a $H = H_0$. Inými slovami, v tomto prípade je vzorka v normálnom stave.
3. V intervale polí $(1 - N)H_c < H_0 < H_c$ nemôže byť vzorka celkom normálna, pretože potom by muselo byť $B = \mu_0 H$ a $H = H_0$. Ale potom by bolo $H < H_c$, čiže normálny stav by mal byť nestabilný voči supravodivosti. Na druhej strane, v intervale $(1 - N)H_c < H_0 < H_c$ nemôže byť vzorka v meissnerovskej fáze, pretože potom $H > H_c$. Vzorka sa teda musí nachádzať v “medzistave”, v ktorom časť vzorky je supravodivá a zvyšok je v normálnom stave. Keďže supravodivé a normálne domény môžu byť v rovnováhe iba pri kritickom poli, v medzistave musí byť $H = H_c$. Veľkosť a tvar domén je určený optimalizáciou súčtu povrchovej energie domén a magnetostatickej energie.

⁵Kedy $H_c = 0$.

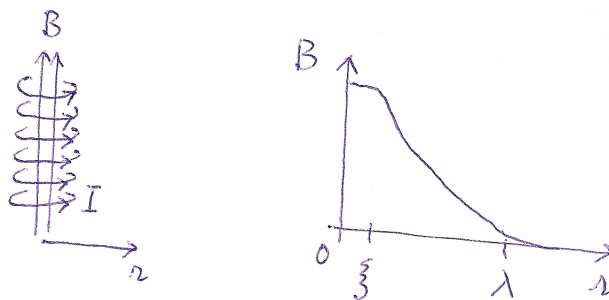
Magnetické vlastnosti supravodičov 2. typu

Fázový diagram supravodičov 2. typu obsahuje 3 fázy, dokonca aj vo vzorkách s nulovým demagnetizačným faktorom, na štúdium ktorých sa obmedzíme. Pri danej teplote T existujú dve kritické polia: dolné H_{c1} a horné H_{c2} . V poliach $H < H_{c1}$ sa vzorka nachádza v meissnerovskej fáze v ktorej platí $B = 0$, kým pre $H > H_{c2}$ je vzorka v normálnom stave. V intervale polí $H_{c1} < H < H_{c2}$ sa vzorka nachádza v tzv. zmiešanom (alebo vírovom) stave.

Skúmame magnetizačnú krivku supravodiča 2. typu. Z rovnosti Gibbsových voľných energií normálneho a supravodivého stavu pri H_{c2} dostávame, s použitím rovnice (1), $\int_0^{H_{c2}} (-M) dH = \frac{1}{2} H_{c2}^2$. Preto musí byť $H_{c1} < H_c < H_{c2}$.



V zmiešanom stave preniká do vzorky magnetické pole vo forme tzv. vírov, ktoré predstavujú čiarové defekty analogické skrutkovým dislokáciám. Víry sú rovnobežné so smerom aplikovaného poľa a majú tzv. normálne jadro, t.j. pozdĺž osi víru je supravodivosť lokálne narušená na polomere ξ . Pozdĺž normálneho jadra vnika do vzorky magnetický tok, ktorý musí byť kvantovaný. Stabilné víry nesú tok Φ_0 , ktorý je odtienený na dĺžke $\lambda \gg \xi$ od osi víru.



Horné kritické pole možno odhadnúť nasledovne. Ak koncentrácia vírov je n , potom magnetická indukcia vo vzorke je $B = n\Phi_0$. So zvyšovaním poľa koncentrácia vírov stúpa, až pri H_{c2} sa začnú prekrývať normálne jadrá vírov a teda supravodivosť zanikne. Vtedy bude koncentrácia vírov $n \sim \xi^{-2}$ a preto

$$H_{c2} \sim \frac{\Phi_0}{\mu_0 \xi^2}$$

Dolné kritické pole možno vypočítať, ak poznáme Helmholtzovu energiu na jednotku dĺžky osamoteného víru γ_F . V prítomnosti externého poľa H totiž prírastok Gibbsovej voľnej energie na jednotku dĺžky víru γ_G bude $\gamma_G = \gamma_F - H \int d^2 \mathbf{r} B = \gamma_F - H\Phi_0$ a spontánna tvorba vírov nastane keď $\gamma_G < 0$, t.j. pre $H > H_{c1} = \gamma_F/\Phi_0$. Energia γ_F pozostáva z troch príspevkov: z úbytku kondenzačnej energie na ploche jadra víru $\gamma_{\text{kond}} \sim \mu_0 H_c^2 \xi^2$, z energie magnetického poľa Φ_0/λ^2 na ploche λ^2 , $\gamma_{\text{mag}} \sim (\Phi_0/\lambda^2)^2 \lambda^2 / \mu_0 = \Phi_0^2 / (\mu_0 \lambda^2)$, a z kinetickej energie prúdov γ_{kin} , ktorá je najväčšia, ale rádovo rovná γ_{mag} . Preto dolné kritické pole odhadujeme

$$H_{c1} \sim \frac{\Phi_0}{\mu_0 \lambda^2}$$

V ideálnom kryštáli bez defektov vytvárajú víry pravidelnú trojuholníkovú mriežku, ako možno ukázať napríklad Bitterovou dekoračnou technikou. V kryštáloch s defektami je vírová mriežka deformovaná.

Interakcie s defektami vedú na ukotvenie mriežky, podobne ako v prípade feromagnetických doménových stien.

Kotvenie mriežky je želateľný jav. Ak totiž cez vzorku tečie transportný prúd s hustotou $\mathbf{j}$, na jednotku dĺžky víru pôsobí Lorentzova sila $\mathbf{f} = \mathbf{j} \times \vec{\Phi}_0$, kde $\vec{\Phi}_0$ je vektor v smere víru s dĺžkou Φ_0 . V neprítomnosti kotvenia sa preto vír pohne, to však znamená časovú zmenu magnetického poľa a vďaka Faradayovmu zákonu aj generovanie elektrických polí, ktoré pôsobia na normálnu zložku a vedú k stratám.