

2. Povrchová napětí

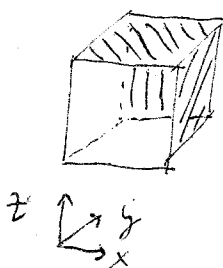
imaginární jednoduchý krystal $N \times N \times N$ atomů:

energie najbližších sousedů: $-\epsilon_B$. S přemístěním do vzdálenosti N^2 je celková energie krystalu:

$$E = -3N^3\epsilon_B + 3N^2\epsilon_B$$

$$V = N^3 a^3$$

$$S = 6N^2 a^2$$



každý atom interaguje se šesti
sousedmi v směrech $\pm x, \pm y, \pm z$
okrem atomů na povrchových
plochách - 4 mají i 2 sousedy!

$$\boxed{E = -\epsilon V + \gamma S}$$

$$\epsilon = \frac{3\epsilon_B}{a^3} \text{ -- objemová hustota energie}$$

$$\gamma = \frac{\epsilon_B}{2a^2} = \frac{1}{6}\epsilon a \text{ -- plošná hustota energie}$$

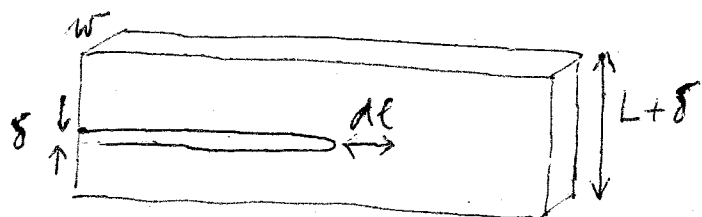
krystal... γ funkcion povrchové energie

krystalu, isotropní kontinuum: $\gamma = \text{konst}$

3. Griffithovo kritérium pro trhliny

hustý volný materiál: $\sigma_c = E \frac{x}{a} \sim E$

↓
trhliny vznikají v experimentu, tržný tlak mění hodnotu σ_c !



tržná síla: σ

povrchová energie: elastická deformace krystalu

formování nového povrchu a dl doprava = elastická deformace materiálu dl
na pravou stranu
+
přírůstek plochy materiálu
na levou stranu

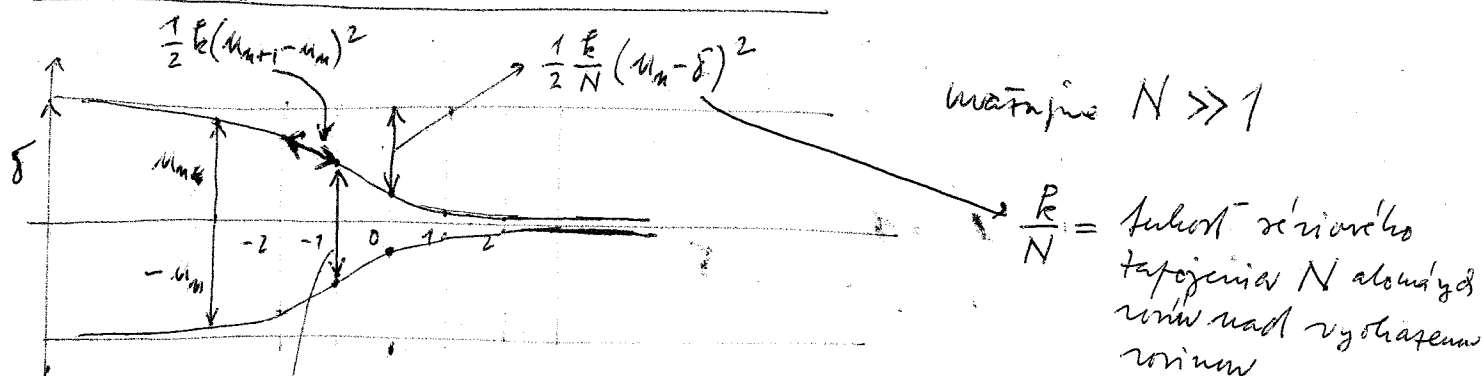
$$\delta E_{\text{elast}} = \frac{1}{2} E \left(\frac{\delta}{L} \right)^2 \cdot L w \text{ - all } E = \text{Young's modulus}$$

$$\delta E_{\text{porol}} = 2\gamma w \text{ - all. (2 porol!)}$$

Tallina on t ri pe $\delta E_{\text{elast}} \geq \delta E_{\text{porol}}$. T luse m f le j  $\delta = E \frac{\delta}{L}$.

Kritiline m f le: $\boxed{\delta_c = \sqrt{\frac{4\gamma E}{L}}}$... t lul oal vormeri t n st le!

9. Alouding model t reia talling



$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} k \cdot (2u_m)^2$, funkcia on s h v j  pe $u_m \geq a$
 Lem p loneis k t  eueg  p r p e k eueg  t m l o v d n m l m r na l v l t  $\frac{1}{2} k a^2$

L l t ne v l t ne'ie t n q: $N \rightarrow -\infty$: $u_m \rightarrow \delta$, $E_{-\infty} = \frac{1}{2} k a^2 / \text{vool}$

$$N \rightarrow +\infty: u_m = \frac{\delta}{2N+1}, E_{\infty} = \frac{1}{2} \frac{k}{2N} (\delta - u_m)^2 + \frac{1}{4} \cdot (2u_m)^2$$

Kritiline ekst n  deform ts :

$$E_{\infty} \approx \frac{1}{2} \frac{k \delta^2}{2N} \stackrel{!}{=} E_{-\infty} = \frac{1}{2} k a^2 \rightarrow \boxed{\frac{\delta_c}{a} = \sqrt{2N}}$$

Ausalt:

$$u \geq 0: u_m = u_{\infty} + A e^{-K m}, \text{ t adame } u_0 < a$$

$$u \leq -1: u_m = \delta - B e^{Q m}, \text{ t adame } u_{-1} > a$$

* Polylomni rovnice

$$(1) \quad n \geq 1: \quad u_{n+1} + u_{n-1} - 2u_n = 2u_n + \frac{1}{N}(u_n - \delta)$$

$$(2) \quad n = 0: \quad u_{\infty} + A = \delta - B \quad (\text{predtění platnosti vlny pro } n \leq -1 \text{ a j pro } n=0)$$

$$(3) \quad n = -1: \quad u_{\infty} + Ae^K = \delta - Be^{-Q} \quad (\text{predtění vlny pro } n \geq 0 \text{ a j pro } n=-1)$$

$$(4) \quad n \leq -2: \quad u_{n+1} + u_{n-1} - 2u_n = \frac{1}{N}(u_n - \delta)$$

Roztění: (1): $2 \cosh K = 4 + \frac{1}{N} \xrightarrow{N \gg 1} e^K \approx 2 + \sqrt{3}$

(2): $2 \cosh Q = 2 + \frac{1}{N} \xrightarrow{N \gg 1} e^Q \approx 1 + \frac{1}{\sqrt{N}}$

$$(2,3) \rightarrow A = \frac{2N\delta}{2N+1} \frac{1 - e^{-Q}}{e^K - e^{-Q}} \approx \frac{\delta}{(1+\sqrt{3})\sqrt{N}}$$

$$B = \frac{2N\delta}{2N+1} \frac{e^K - 1}{e^K - e^{-Q}} \approx \delta$$

$$n \leq 1: \quad u_n \approx \delta(1 - e^{-n/\sqrt{N}})$$

$$n \geq 0: \quad u_n \approx u_{\infty} + \frac{\delta}{(1+\sqrt{3})\sqrt{N} (2+\sqrt{3})^n}$$

Ok. podmínky: $u_1 \approx \frac{\delta}{\sqrt{N}} > a$

$$u_0 \approx \frac{\delta}{(1+\sqrt{3})\sqrt{N}} < a$$

$$\boxed{\sqrt{N} < \frac{\delta}{a} < (1+\sqrt{3})\sqrt{N}}$$

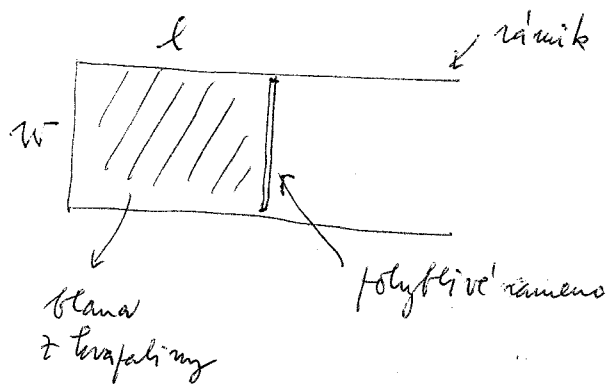
podmínka stability
vlny a kinku

Pro $\frac{\delta}{a} > (1+\sqrt{3})\sqrt{N}$ je stabilní iba fáze u_{∞} (plasma)

$\frac{\delta}{a} < \sqrt{N}$ stabilní iba fáze u_{top} (neplasma)

Energie fáze v kinku je $\frac{\delta}{a} = \sqrt{2N}$

5. Povrchové napětí - vlnové dělení



2 funkce!

$$E = \gamma_l w \cdot l$$

$$F = - \frac{dE}{dl} = -\gamma_l w$$

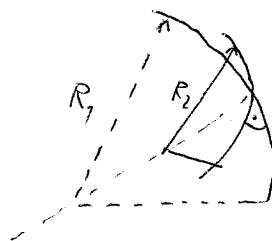
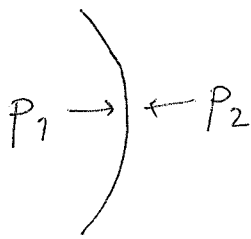
$$f = \frac{F}{w} = -\gamma_l$$

silu na jednotku délky různíka

6. Laplaceův tlak (isotropní média)

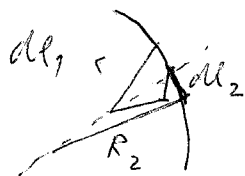
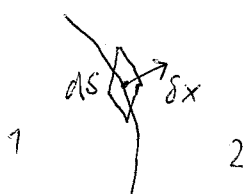
Maříme tekutinu rozhraní 2 fáz

poloměry křivosti R_1, R_2



formule element povrchu dS

v směr normály o δx mluvíme do fáz?



$$dl_1 = d\theta_1 R_1$$

$$dl_2 = d\theta_2 R_2$$

$$dS = dl_1 dl_2$$

Kak vlnit gule

je vlnit alio vlnit gule!

Práce při formování:

$$\delta A = (P_2 - P_1) dS \delta x + \gamma_l \delta S$$

menší funkce energie

$$\delta S = dl_1 \left(1 + \frac{\delta x}{R_1}\right) dl_2 \left(1 + \frac{\delta x}{R_2}\right) - dl_1 dl_2$$

$$\delta S = dl_1 dl_2 \delta x \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = dS \delta x \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

$$\delta A = dS \delta x \left[P_2 - P_1 + \gamma_l \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \right]$$

v rovnováze = 0
(podmínka minima)

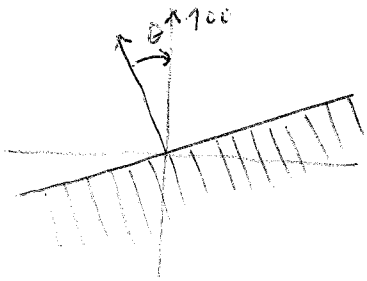
$$P_1 - P_2 = \gamma_l \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \quad (\text{Laplace})$$

ROVNOVÁŽNÍ TVAR KRÝSTÁLKŮV

1) Smerová závislost porohového napětí $p(\vec{n})$

$\vec{n}$ = norma k porohu

období vytažení měří v křivkách, je zatím neanalyzováno

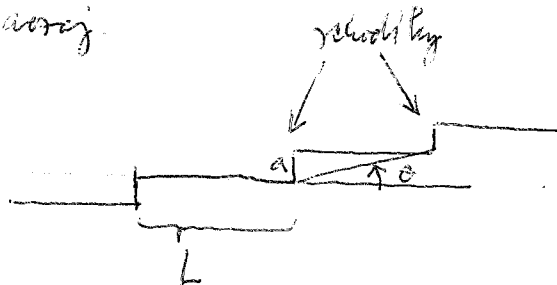


Napr.

obecně:

$$p(\theta) = p_{100} + \alpha |\theta|$$

Napr.

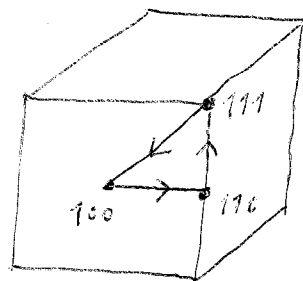
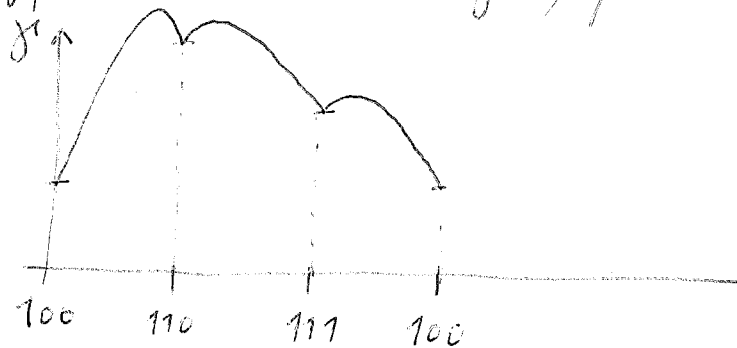


$$\theta \approx \frac{a}{L} \quad (L \gg a)$$

Každý jednotkový plošný element F na jednotku délky dle Hooka

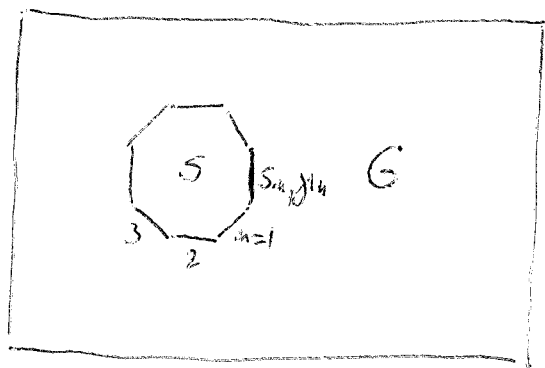
$$\rightarrow p(\theta) = p_{100} + \frac{F}{L} = p_{100} + \frac{F}{a} \frac{a}{L} \rightarrow \alpha = \frac{F}{a}$$

Typická měřicí závislost $p(\theta)$ pro kubický krystal:



2) Rovnovážný tvar krystalu $\rightarrow$ označujeme, že křivka porohová z koncepního počtu všech orientací ve vytažení měří (napr. 100, 110, 111 pro kubický krystal)

Uvažujme válcovitý s objemem V , v který je krytá
v rovnováze s okolními parametry:



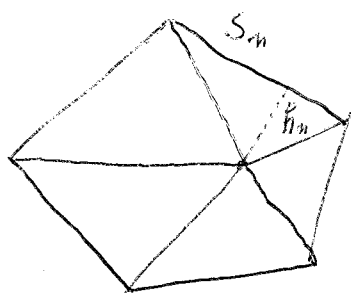
$$V = V_S + V_G$$

Fixované $V, T \rightarrow$ minimalizace F

Při změně objemu $dV_S = -dV_G$
máme

$$dF = -P_S dV_S - P_G dV_G + \sum_n \gamma_n dS_n$$

$$(1) \quad dF = (P_G - P_S) dV_S + \sum_n \gamma_n dS_n$$



$$V_S = \frac{1}{3} \sum_n h_n S_n \quad \left(\approx \int_0^{h_n} dh \cdot h^2 \right)$$

$$dV_S = \frac{1}{3} \sum_n (S_n dh_n + h_n dS_n)$$

na druhé straně: $dV_S = \sum_n S_n dh_n$

formální
máme

$$(2) \quad dV_S = \frac{1}{2} \sum_n h_n dS_n$$

V rovnováze $dF = 0$,

Doradíme (2) do (1). Potom

$$dF = \sum_n \left[(P_G - P_S) \frac{h_n}{2} + \gamma_n \right] dS_n = 0$$

ma' byt $dF = 0$ pro libovolnou změnu dS_n .

Přeloženo na $(P_G - P_S) \frac{h_n}{2} + \gamma_n = 0$

$$\rightarrow \boxed{h_n = \frac{2\gamma_n}{\partial P}}$$

$$\partial P = P_S - P_G$$

Ekvivalentně: $\boxed{\frac{h_n}{\gamma_n} = \text{const}}$

$\rightarrow$ pro dané rozdělení γ_n ,
máme určit konstantu (h_n)