

Merná elektrická vodivosť kovových tenkých vrstiev

Úvod

V práci sa zaoberáme tým, do akej miery a ako ovplyvňuje základné vlastnosti tuhej látky obmedzenie jedného rozmeru vzorky na veľmi malú hodnotu. Obvykle skúmame fyzikálne charakteristiky tuhej látky, ktorej všetky tri rozmery sa pohybujú v makroskopických medziach. Charakteristické vlastnosti často vzťahujeme k jednotke objemu a predpokladáme, že na objeme nezáleží. Ihneď ako sa jeden rozmer zmenší natoľko, že pomer povrchu telesa k jeho objemu značne vzrastie, začínajú sa pomery meniť. Povrch látky znamená veľmi radikálne porušenie periodicity. Energetické stavy na povrchu sa môžu podstatne líšiť od stavov vnútri látky, hovoríme o existencii povrchových stavov. Fyzikálne vlastnosti tenkej vrstvy sa tak môžu výrazne líšiť od vlastností tej istej látky v kompaktnom stave. Na otázku, aká je hranica, od ktorej sa má vrstva považovať za tenkú, neexistuje jednoznačná odpoveď. Vo všeobecnosti, sú to hrúbky pri, ktorých sa začína prejavovať rozmerový efekt. Rozmerový efekt vo vodivosti tenkých vrstiev vzniká vtedy, ak je hrúbka vrstvy porovnateľná so strednou voľnou dráhou nosičov náboja (10 – 100 nm pre objemové kovy pri izbovej teplote). V prípade magnetických rozmerových javov tieto vznikajú, keď je hrúbka tenkej vrstvy porovnateľná s polomerom dráh elektrónov v aplikovanom magnetickom poli.

1.1 Vodivosť kompaktného materiálu

Merná vodivosť materiálu rastie s narastajúcou strednou voľnou dráhou (stredná vzdialenosť, ktorú elektrón prejde medzi dvoma zrážkami). Pre mernú elektrickú vodivosť platí tzv. Drudeho formula

$$\sigma_0 = \frac{ne^2\tau}{m},$$

kde n je koncentrácia voľných elektrónov v prípade kovu, τ je relaxačný čas a m je efektívna hmotnosť voľných elektrónov. Pohyb elektrónov neporušenou mriežkou neprispieva k odporu látky. K zmenšeniu vodivosti vedú, len zrážky s porušenou mriežkou. Poruchu môže predstavovať prímes alebo aj to, že mriežka je v neustálom pohybe a jednotlivé ióny kmitajú okolo svojich rovnovážnych polôh. Podľa tzv. Matthiessenovho pravidla môžeme rozdeliť merný odpor na časti odpovedajúce jednotlivým druhom rozptylu. Pre kompaktný materiál

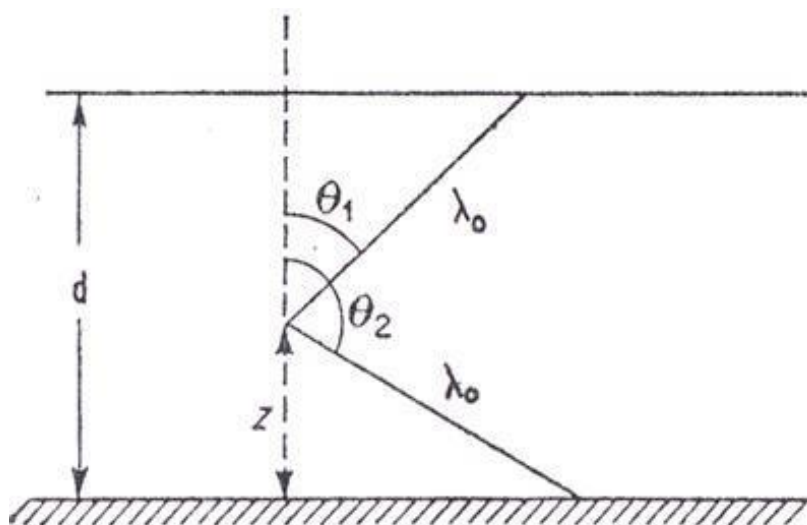
platí $\rho_0 = \rho_f + \rho_g$, kde ρ_f prislúcha fonónovej interakcii (kmitom mriežky) a ρ_g zodpovedá za rozptyl na geometrických poruchách.

1.2 Vodivosť kovových tenkých vrstiev, Thomsonov model

Akonáhle začneme meniť jeden rozmer vzorky môže sa merná elektrická vodivosť meniť. V prípade, že hrúbka vzorky bude väčšia ako stredná voľná dráha nosičov náboja, vodivosť zostane nezmenená. Ak zmenšíme hrúbku natoľko, že jej veľkosť bude porovnateľná so strednou voľnou dráhou, dôjde k zmenám vodivosti. Objaví sa nový druh rozptylu na oboch povrchoch vzorky. Časť elektrónov príde k povrchu skôr, než by prešla celú svoju voľnú dráhu. Efektívna hodnota strednej voľnej dráhy sa teda zmenší, zmenší sa merná vodivosť a zväčší sa merný odpor. Pre merný odpor bude platiť

$$\rho_0 = \rho_f + \rho_g + \rho_p,$$

kde ρ_p je odpor prislúchajúci rozptylu na povrchu. Thomson vypracoval teóriu pre čisto difúzny rozptyl, kedy elektróny nemajú žiadny preferovaný smer po odraze na povrchu. Na obr. 1 je znázornená vrstva hrúbky d , z miesta z vyletujú elektróny pod rôznymi uhlami. Elektróny, ktoré vyletujú pod uhlami $\theta_1 < \theta < \theta_2$ prejdú celú strednú voľnú dráhu λ_0 . Tie, ktoré opúšťajú bod z pod uhlami $0 < \theta < \theta_1$ a $\theta_2 < \theta < \pi$ sa zrazia s povrchom skôr, než prejdú celú strednú voľnú dráhu λ_0 (stredná voľná dráha v kompaktnom materiáli).



Obr.1 Geometria Thomsonovho rozptylu

Elektróny, ktoré vyletujú pod uhlami $0 < \theta < \theta_1$ prejdú dráhu $\lambda = \frac{d-z}{\cos\theta}$ a tie, ktoré vyletujú pod uhlami $\theta_2 < \theta < \pi$ prejdú dráhu $\lambda = \frac{-z}{\cos\theta}$. Strednú voľnú dráhu $\bar{\lambda}$ budeme počítat', ako strednú hodnotu z voľnej dráhy λ cez všetky uhly θ a všetky vzdialenosti z . Dostávame

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{2d} \int_0^d dz \int_0^\pi \lambda \sin\theta d\theta = \frac{d}{2} \left(\frac{3}{2} + \ln \frac{\lambda_0}{d} \right).$$

Ak prepíšeme Drudeho formulu $\sigma_0 = \frac{ne^2\tau}{m}$, do tvaru $\sigma_0 = \frac{ne^2\lambda_0}{mv}$ a do tohto vzťahu dosadíme výraz pre strednú voľnú dráhu vyjde vzťah pre mernú elektrickú vodivosť

$$\sigma = \frac{ne^2d}{2mv} \left(\frac{3}{2} + \ln \frac{\lambda_0}{d} \right).$$

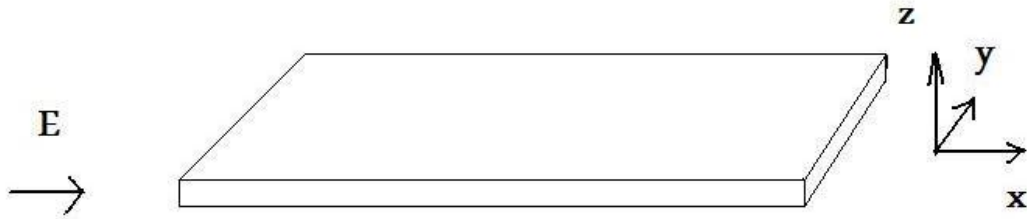
Podľa tejto teórie dosahuje hodnota mernej elektrickej vodivosti tenkej vrstvy 75% hodnoty kompaktného materiálu pri hrúbke rovnej strednej voľnej dráhe. Táto teória však neposkytuje dobré priblíženie pre veľmi hrubé vrstvy $\frac{d}{\lambda_0} \rightarrow \infty$, kedy vodivosť tenkej vrstvy neblíži k hodnote vodivosti pre kompaktný materiál.

1.3 Vodivosť kovových tenkých vrstiev, Fuchs – Sondheimerov model

Lepšie riešenie predviedli Fuchs a Sondheimer, ktorí vychádzali z riešenia Boltzmannovej transportnej rovnice. Táto rovnica udáva zmeny rozdeľovacej funkcie elektrónov f s časom t a súradnicami r , vyvolané pôsobením vonkajších síl a zrážkovými procesmi. Rovnica má tvar

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \frac{\partial f}{\partial \vec{r}} + \frac{d\vec{v}}{dt} \frac{\partial f}{\partial v_x} = \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{coll},$$

pričom $\left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{coll}$ je tzv. zrážkový člen. Keďže uvažujeme ustálený stav, tento vzťah sa značne zjednoduší. Člen $\frac{\partial f}{\partial t}$ bude nulový. Vonkajšia sila $\vec{E}$, ktorá je spôsobená vloženým elektrickým poľom nech pôsobí v smere x . V smere z uvažujeme vrstvu tenkú s hrúbkou d . V smeroch x a y uvažujeme rozmery vrstvy makroskopické. (Obr.2) Rozdeľovacia funkcia sa s týmito súradnicami nemení a platí $v_x \frac{\partial f}{\partial x} = 0$ aj $v_y \frac{\partial f}{\partial y} = 0$.



Obr. 2 Geometria tenkej vrstvy.

Potom pre Boltzmannovu rovnicu možno písať

$$\frac{dz}{dt} \frac{\partial f}{\partial z} - \frac{eE}{m} \frac{\partial f}{\partial v_x} = \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{coll}.$$

Teraz je potrebné určiť zrážkový člen $\left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{coll}$, popisujúci zmeny rozdeľovacej funkcie elektrónov spôsobené zrážkami.

Priblíženie relaxačného času:

Dôležitým pojmom s ktorým budeme ďalej pracovať je relaxačná doba τ . Je definovaná ako doba potrebná k tomu, aby zmena rozdeľovacej funkcie vyvolaná poruchou klesla po jej odstránení na hodnotu $1/e$ svojej maximálnej hodnoty. Označme funkciu bez pôsobenia poruchy f_0 . Potom zrážkový člen uvažujme v tvare

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{coll} = - \frac{[f(t) - f_0]}{\tau}.$$

Boltzmannova rovnica má tak tvar

$$\frac{dz}{dt} \frac{\partial f}{\partial z} - \frac{eE}{m} \frac{\partial f}{\partial v_x} = - \frac{[f(t) - f_0]}{\tau}.$$

Funkcia f sa obvykle píše v tvare $f = f_0 + f_1(\vec{v}, z)$. Pričom f_1 je zmena rozdeľovacej funkcie oproti jej rovnovážnej hodnote, závislá na rýchlosti a polohe vzhľadom k hraniciam vrstvy.

Potom

$$\frac{dz}{dt} \frac{\partial f_1}{\partial z} - \frac{eE}{m} \frac{\partial f_0}{\partial v_x} = - \frac{f_1}{\tau}.$$

Riešením diferenciálnej rovnice pri rešpektovaní okrajových podmienok (izotrópny rozptyl na oboch hraniciach vrstvy $z = 0$ a $z = d$) dostaneme

$$f_1 = \frac{eE\tau}{m} \frac{\partial f_0}{\partial v_x} \left[1 - a \exp\left(-\frac{z}{\tau v_z}\right) \right],$$

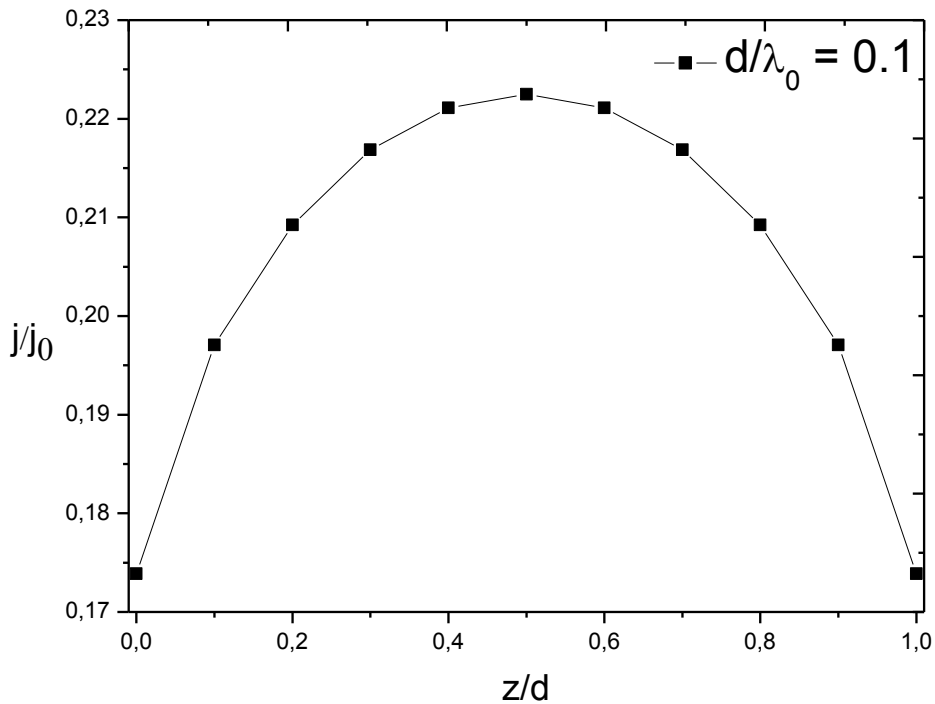
Pričom a je ľubovoľnou funkciou rýchlosti. Z okrajových podmienok potom platí $a = 1$ pre elektróny s kladnou rýchlosťou v smere z a $a = \exp\left(\frac{d}{\tau v_z}\right)$ platí pre rýchlosť opačného smeru. Pomocou známej funkcie f_1 môžeme určiť prúdovú hustotu. Prúdová hustota j je daná ako $j = e \int v_x f_1 dv_x dv_y dv_z$. Priemernú hustotu $\bar{j}$ získame spriemerovaním cez všetky hodnoty z od 0 po d . Pre prúdovú hustotu j môžeme písať vzťah

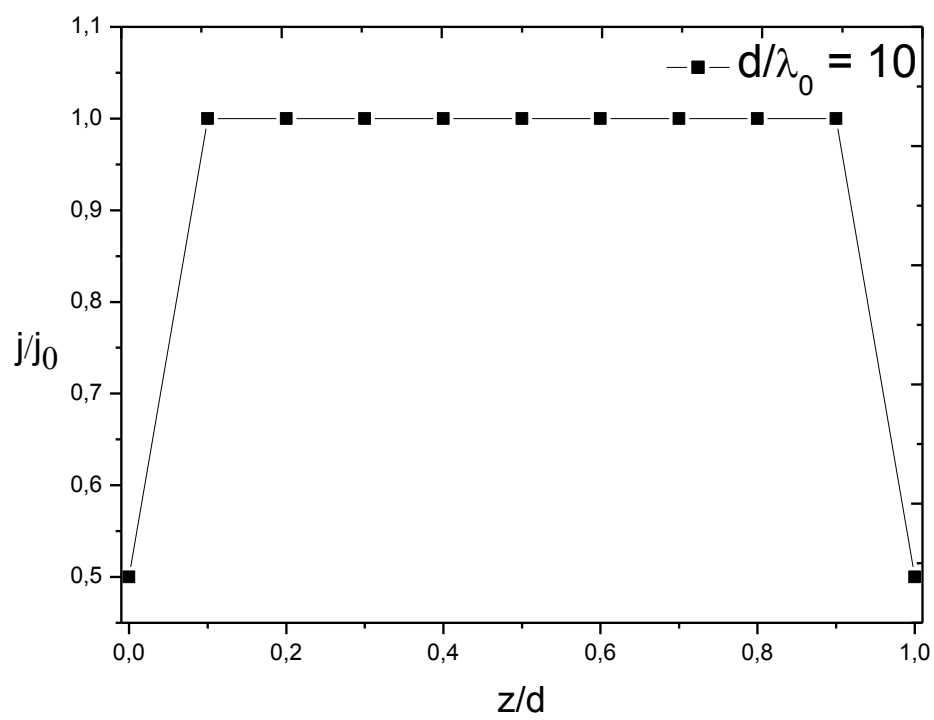
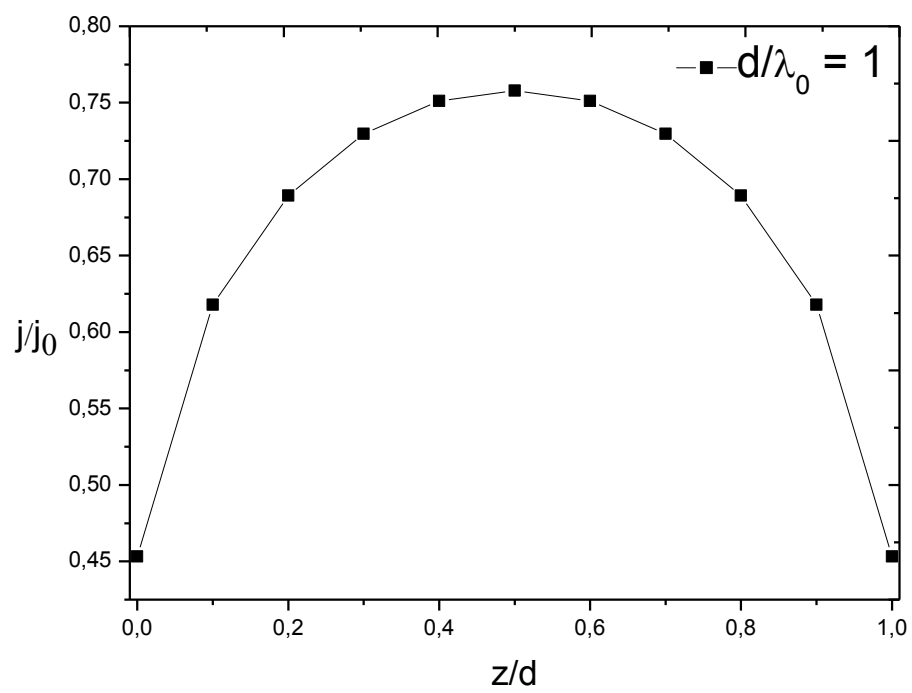
$$j_x(z) = j_0 \frac{3}{4} \left[\int_0^\pi \sin^3 \vartheta d\vartheta - \int_0^{\pi/2} \sin^3 \vartheta d\vartheta \exp\left(-\frac{z}{\lambda_0 \cos \vartheta}\right) - \int_{\pi/2}^\pi \sin^3 \vartheta d\vartheta \exp\left(\frac{d-z}{\lambda_0 \cos \vartheta}\right) \right].$$

Budeme vychádzať z tohto vzťahu a určíme závislosť pomeru prúdových hustôt $\frac{j}{j_0}$ od pomeru súradnice z k hrúbke tenkej vrstvy $\frac{z}{d}$. Výpočet vykonáme pre tri rôzne hrubé vrstvy. Nech $z = \alpha d$, potom ak zvolíme $\alpha \in \langle 0,1 \rangle$, tak z bude nadobúdať hodnoty od 0 po d . Po nahradení z dostávame

$$\frac{j_x(\alpha)}{j_0} = \frac{3}{4} \left[\int_0^\pi \sin^3 \vartheta d\vartheta - \int_0^{\pi/2} \sin^3 \vartheta d\vartheta \exp\left(-\frac{d}{\lambda_0} \frac{\alpha}{\cos \vartheta}\right) - \int_{\pi/2}^\pi \sin^3 \vartheta d\vartheta \exp\left(\frac{d}{\lambda_0} \frac{1-\alpha}{\cos \vartheta}\right) \right].$$

Nech $\frac{d}{\lambda_0} = 0.1, 1, 10$ potom po dosadení niekoľkých hodnôt $\alpha \in \langle 0,1 \rangle$, vyjdú závislosti.

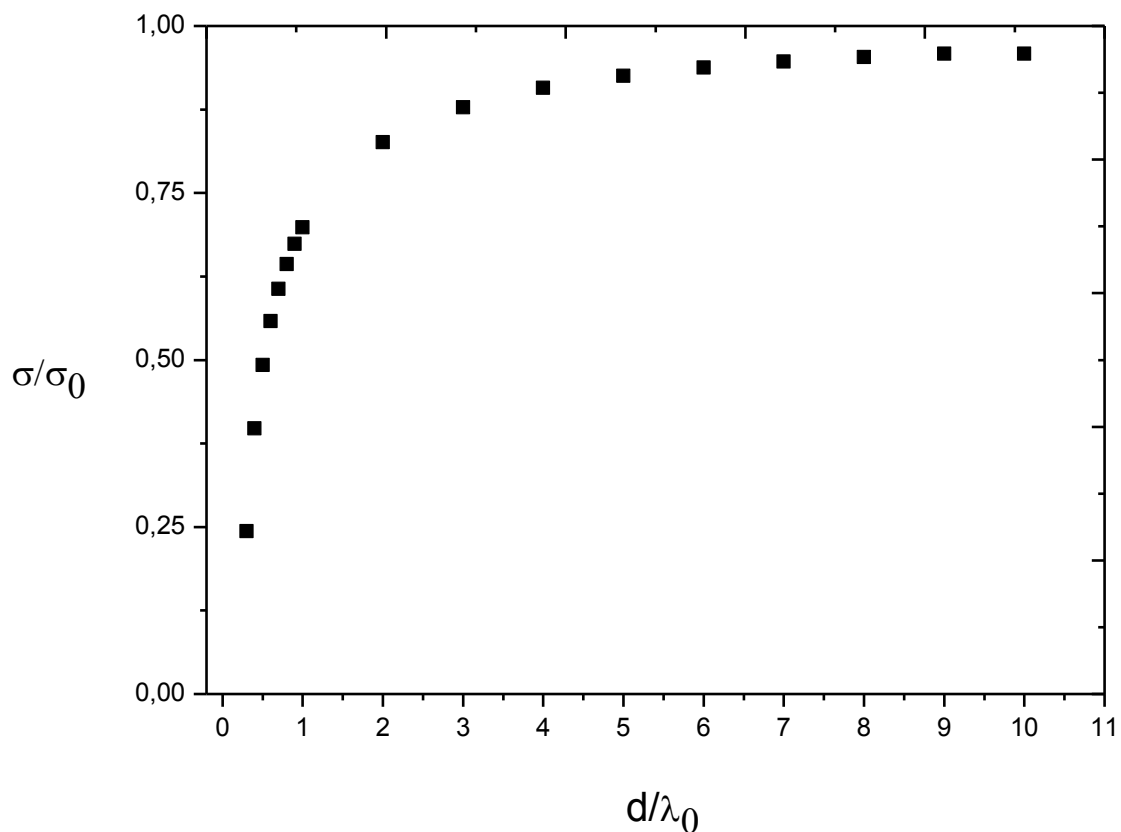




Z prúdovej hustoty potom možno určiť vodivosť kovovej tenkej vrstvy vo vzťahu k vodivosti kompaktného materiálu

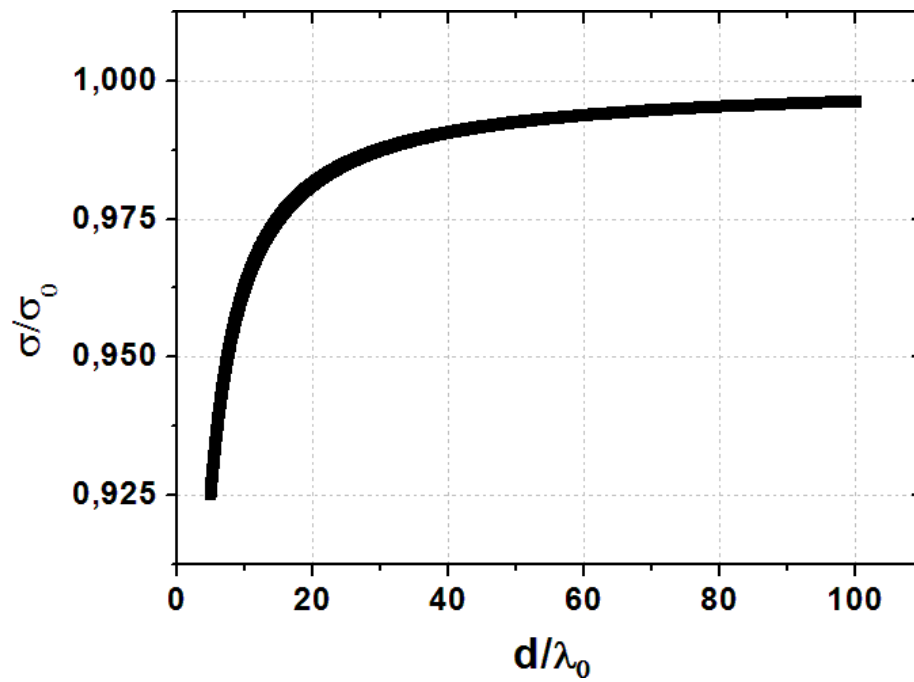
$$\frac{\sigma}{\sigma_0} = 1 - \frac{3}{2} \frac{\lambda_0}{d} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[1 - \exp\left(-\frac{d}{\lambda_0}\right) \cos\vartheta \right] \sin^3\vartheta \cos\vartheta d\vartheta$$

Do výsledného vzťahu, pre pomer vodivostí som dosadila niekoľko hodnôt a zostrojila graf. (Obr.3) Ako je vidieť z grafu, čím je uvažovaná tenká vrstva užšia, tým klesá aj vodivosť. Naopak čím je vzorka hrubšia, tým sa blíži vodivosť tenkej vrstvy k vodivosti kompaktného materiálu.

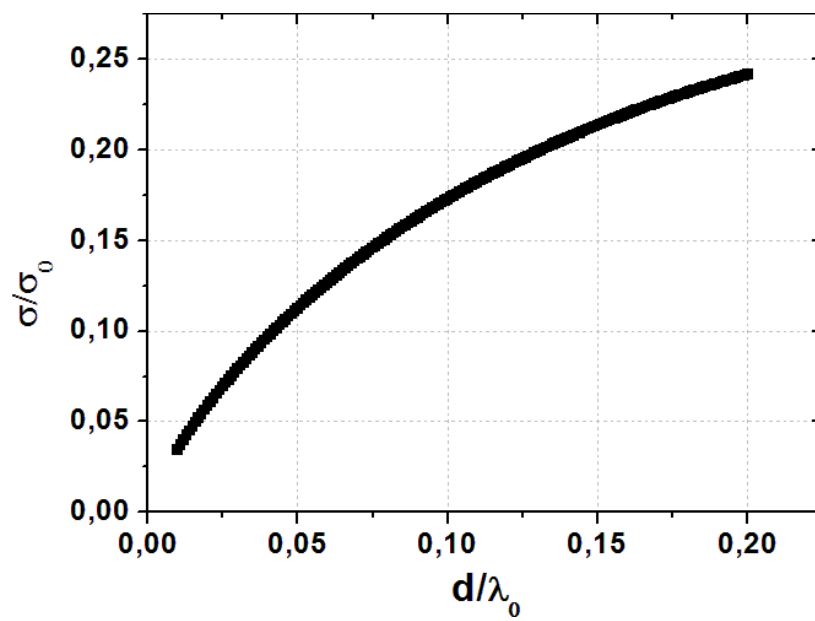


Obr.3 Závislosť pomeru vodivostí od pomeru hrúbky tenkej vrstvy k strednej voľnej dráhe v kompaktnom materiáli.

Pre hrubé vrstvy kedy $d \gg \lambda_0$ približne platí $\frac{\sigma}{\sigma_0} \cong 1 - \frac{3}{8} \frac{\lambda_0}{d}$.



Pre tenké vrstvy kedy $d \ll \lambda_0$ približne platí $\frac{\sigma}{\sigma_0} \cong \frac{3}{4} \frac{d}{\lambda_0} \ln\left(\frac{\lambda_0}{d}\right)$.



Literatúra

[1] L. Eckertová, *Fyzika tenkých vrstev*, Nakladatelství technické literatury, Praha, 1973.

[2] <http://www.physics.umd.edu/courses/Phys731/appelbaum/fall2011/NOTES/fuchs.pdf>

[3]

http://www.dep.fmph.uniba.sk/mambo/index.php?option=com_content&task=view&id=332&Itemid=69