Fotonické kryštály a metamateriály

Peter Markoš

Obsah

Úvod

Cieľom tohto textu je vysvetliť základné fyzikálne princípy šírenia elektromagnetických (EM) vĺn v nových typoch materiálov: fotonických kryštáloch, metamateriáloch a v plazmonických štruktúrach. Všetky tieto materiály sa vyznačujú nehomogénnou priestorovou štruktúrou.

Fotonické kryštály (FK) sú zložené z dvoch rôznych dielektrík periodicky usporiadaných v niektorých priestorových smeroch. Ich elektrická permitivita je teda periodickou funkciou v priestore. Periodicita rozhodujúcim spôsobom ovplyvňuje šírenie elektromagnetických vĺn vo vnútri štruktúry a vedie ku vzniku zakázaných frekvenčných pásov.

V kapitole 2 opíšeme elektromagnetické vlastnosti najjednoduchšieho fotonického kryštálu, zloženého z periodicky usporiadaných vrstiev dvoch rôznych dielektrík. Odvodíme podmienky, za ktorých vo frekvenčnom spektre fotonických kryštálov vznikajú zakázané pásy, disperzné vzťahy medzi frekvenciou a vlnovým vektorom a opíšeme interakciu fotonického kryštálu s vonkajším elektromagnetickým poľom.

Zatiaľ čo vlastnosti jednorozmerného fotonického kryštálu dokážeme matematicky opísať na základe jednoduchých analytických vzťahov, výpočet frekvenčného spektra dvojrozmerných a trojrozmerných fotonických kryštálov vyžaduje rozsiahle numerické výpočty. Preto sa pri opise dvojrozmerných fotonických kryštálov obmedzíme len na kvalitatívne vysvetlenie ich základných vlastností.

Novým typom elektromagnetických materiálov sú *metamateriály* pozostávajúce z malých *kovových* zložiek. Ich tvar a priestorové rozloženie umožňuje v metamateriáloch vyvolať rezonančnú odozvu na vonkajšie elektrické a magnetické pole, a tým dosiahnuť neštandardnú frekvenčnú závislosť *efektívnej* permitivity a permeability. Vhodným priestorovým usporiadaním jednotlivých buniek, z ktorých sa metamateriál skladá, je tiež možné parametre elektromagnetickej odozvy spojite meniť, a tak ovplyvňovať šírenie elektromagnetických vĺn vo vnútri metamateriálu.

Podstatnou zložkou metamateriálov sú malé kovové komponenty: tenké kovové drôty, prstence, tyčky. Preto je dôležité porozumieť interakcii elektromagnetických vĺn s malými kovovými časticami. Elektromagnetická odozva kovových nanočastíc je určená predovšetkým voľnými elektrónmi v kove, ktoré sú mimoriadne citlivé na dopadajúce elektromagnetické vlny. V kapitole 5 opíšeme základné vlastnosti povrchových vĺn, ktoré sa môžu šíriť pozdĺž rozhrania medzi kovom a dielektrikom, a opíšeme interakciu EM vlny s malými kovovými nanočasticami.

História nových elektromagnetických štruktúr je pomerne mladá: začiatky výskumu fotonických kryštálov siahajú do rokov 1985 – 1990. Prvé práce o metamateriáloch vyšli až v rokoch 1999 – 2000. Pomerne najstarší je výskum povrchových elektromagnetických vĺn a lokalizovaných plazmónových excitácií, datovaný do 70 tych – 80 tych rokov 20. storočia.

Fyzikálne princípy fotonických kryštálov sú opísané v učebnici [1]. Podrobnejší matematický opis vlastností FK nájde čitateľ v [2,3], zaujímavé príklady aplikácie fotonických kryštálov prináša zborník [4] a prehľadový článok [5]. Problematika metamateriálov nebola doteraz spracovaná v učebnici. V posledných rokoch však vyšli desiatky prehľadových článkov a zborníkov, napríklad [6,7]. Z rozsiahlejšej literatúry o povrchových a lokalizovaných elektromagnetických vlnách je zaujímavá kniha [8] a prehľadový článok [9].

Ďakujem svojim kolegom P. Dieškovi, J. Chlpíkovi, G. Kajtárovi, M. Kolesíkovi a T. Šrámkovej za starostlivé prečítanie rukopisu a mnohé kritické komentáre.

Bratislava marec 2013 Autor

KAPITOLA 1

Základné pojmy

V úvodnej kapitole sumarizujeme základné poznatky o permitivite a permeabilite homogénnych materiálov: dielektrík a kovov. Z Maxwellových rovníc odvodíme základné vzťahy pre elektromagnetické vlny šíriace sa v nehomogénnych prostrediach, ktoré budeme v ďalších častiach potrebovať na opis elektromagnetickej odozvy nehomogénnych štruktúr. Podrobnejší opis nájde čitateľ v špecializovaných učebniciach elektromagnetického poľa [10, 11], optiky [12], tuhých látok [13] a elektromagnetických vĺn [14–16].

1.1 Základné pojmy

Maxwellove rovnice

Elektromagnetické pole opíšeme pomocou štyroch vektorových veličín: intenzít elektrického a magnetického poľa, $\vec{E}$ a $\vec{H}$, a indukcií, $\vec{D}$ a $\vec{B}$. V sústave SI spĺňajú tieto funkcie štyri Maxwellove rovnice. Prvé dve Maxwellove rovnice majú tvar[1]

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho, \qquad \nabla \cdot \vec{B} = 0 \tag{1.1}$$

kde ρ je hustota voľného náboja. Druhý pár Maxwellových rovníc vyjadruje Faradayov a Ampérov zákon

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \qquad \nabla \times \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \tag{1.2}$$

s hustotou voľných prúdov $\vec{j}$. V tomto texte sa obmedzíme na šírenie elektromagnetických vĺn v prostrediach bez voľných nábojov a bez voľných prúdov:

$$\rho = 0 \qquad\qquad \vec{j} = 0 \tag{1.3}$$

[1] Operátor ∇ definujeme vzťahom $\nabla = \vec{e}_x \frac{\partial}{\partial x} + \vec{e}_y \frac{\partial}{\partial y} + \vec{e}_z \frac{\partial}{\partial z}$, kde $\vec{e}_x$, $\vec{e}_y$ a $\vec{e}_z$ sú jednotkové vektory v smeroch x, y a z.

Permitivita a permeabilita

K Maxwellovým rovniciam potrebujeme vzťahy medzi intenzitami a indukciami jednotlivých polí. Vo všeobecnosti indukcia $\vec{D}(t)$ ako funkcia času závisí od časovej histórie intenzity elektrického poľa $\vec{E}(t')$, v časoch $t' < t$ [10]. Jednoduchší je vzťah medzi Fourierovými zložkami $\vec{D}(\omega)$ a $\vec{E}(\omega)$. Pre nie príliš silné polia vyjadríme $\vec{D}(\omega)$ pomocou frekvenčne závislej elektrickej permitivity $\epsilon(\omega)$[2]

$$\vec{D}(\omega) = \epsilon_0\epsilon(\omega)\vec{E}(\omega) \tag{1.4}$$

a podobne vyjadríme vzťah medzi magnetickou indukciou a magnetickou intenzitou

$$\vec{B}(\omega) = \mu_0\mu(\omega)\vec{H}(\omega) \tag{1.5}$$

V rovniciach (1.4) a (1.5) vystupujú permitivita (permeabilita) vákua ϵ_0 a μ_0, a *relatívna* permitivita a permeabilita, ϵ a μ. Permitivita a permeabilita vákua určujú *rýchlosť svetla* vo vákuu

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} \tag{1.6}$$

a *impedanciu vákua*

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \approx 377\,\Omega \tag{1.7}$$

Relatívne permitivity ϵ a μ charakterizujú elektromagnetickú odozvu materiálu. Vo všeobecnosti sú funkciami polohy a frekvencie. V texte budeme používať aj *index lomu*

$$n = \sqrt{\epsilon\mu} \tag{1.8}$$

a impedanciu

$$Z\ = Z_0\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \tag{1.9}$$

Relatívna permitivita aj permeabilita sú vo všeobecnosti komplexné veličiny

$$\epsilon = \epsilon_r + i\epsilon_i, \qquad\qquad \mu = \mu_r + i\mu_i \tag{1.10}$$

Imaginárne časti definujú absorpčné straty v materiáli, a sú preto rovnako ako imaginárna časť indexu lomu vždy kladné

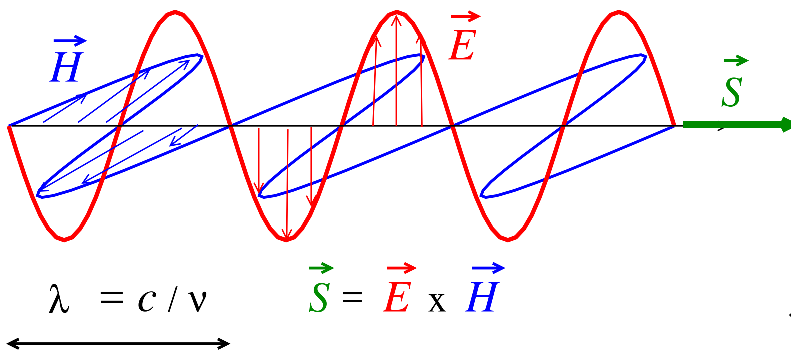
$$\epsilon_i > 0, \quad \mu_i > 0, \quad n_i > 0 \tag{1.11}$$

Reálna časť impedancie musí byť kladná

$$Z_r > 0 \tag{1.12}$$

pretože, ako uvidíme neskôr, je úmerná toku elektromagnetickej energie v prostredí.

[2] Relatívna permitivita $\epsilon(\omega)$ je vo všeobecnosti tenzorom rozmeru 3×3. Jeho vlastné hodnoty definujú permitivitu v troch základných smeroch. V izotrópnom prostredí sú všetky tri vlastné hodnoty rovnaké a ϵ je číslo. V anizotrópnych prostrediach sa tri vlastné hodnoty môžu od seba podstatne líšiť, čo zodpovedá rôznym podmienkam šírenia EM vlny v rôznych smeroch (kap. 4).



Obr. 1.1. Štruktúra rovinnej elektromagnetickej vlny šíriacej sa v *homogénnom prostredí*. Vektory $\vec{E}$ a $\vec{H}$ sú na seba kolmé. Amplitúdy elektrickej a magnetickej intenzity sú vzájomne zviazané impedanciou prostredia (rovnica 1.16). Vlna sa šíri v smere vektora $\vec{k}$. Poyntingov vektor $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$ je rovnobežný s vlnovým vektorom $\vec{k}$. V nedisperznom prostredí, kde permitivita ani permeabilita nezávisia od frekvencie, je vzťah medzi vlnovým vektorom a frekvenciou daný rovnicou (1.18) a grupová rýchlosť $v_g = \partial\omega/\partial k$ je rovnaká ako fázová: $v_g = v_f = c/n$. Frekvencia vlny $\nu = \omega/2\pi$. Vlnová dĺžka $\lambda = v/\nu$, perióda $T = 1/\nu$.

Rovinná elektromagnetická vlna

Uvažujme homogénne prostredie, v ktorom permitivita a permeabilita nezávisia od polohy

$$\epsilon(\omega) = \text{const}, \qquad \mu(\omega) = \text{const} \tag{1.13}$$

môžu ale byť funkciou frekvencie. V homogénnom prostredí je jedným z riešení Maxwellových rovníc rovinná vlna

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}-i\omega t} \qquad \vec{H} = \vec{H}_0 e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}-i\omega t} \tag{1.14}$$

šíriaca sa v smere vektora $\vec{k}$ (obr. 1.1). Po dosadení do Maxwellových rovníc (1.2) s využitím lineárnych vzťahov $\vec{D} = \epsilon_0\epsilon\vec{E}$ a $\vec{B} = \mu_0\mu\vec{H}$ dostaneme rovnice pre intenzity polí

$$\begin{aligned} \vec{k} \times \vec{E} &= +\mu_0\mu\omega\vec{H} \\ \vec{k} \times \vec{H} &= -\epsilon_0\epsilon\omega\vec{E} \end{aligned} \tag{1.15}$$

z ktorých odvodíme vzťah pre amplitúdy polí E_0 a H_0

$$\frac{E_0}{H_0} = Z \tag{1.16}$$

a *disperzný vzťah* medzi absolútnou hodnotou vlnového vektora k a frekvenciou rovinnej vlny ω

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}\epsilon(\omega)\mu(\omega) \tag{1.17}$$

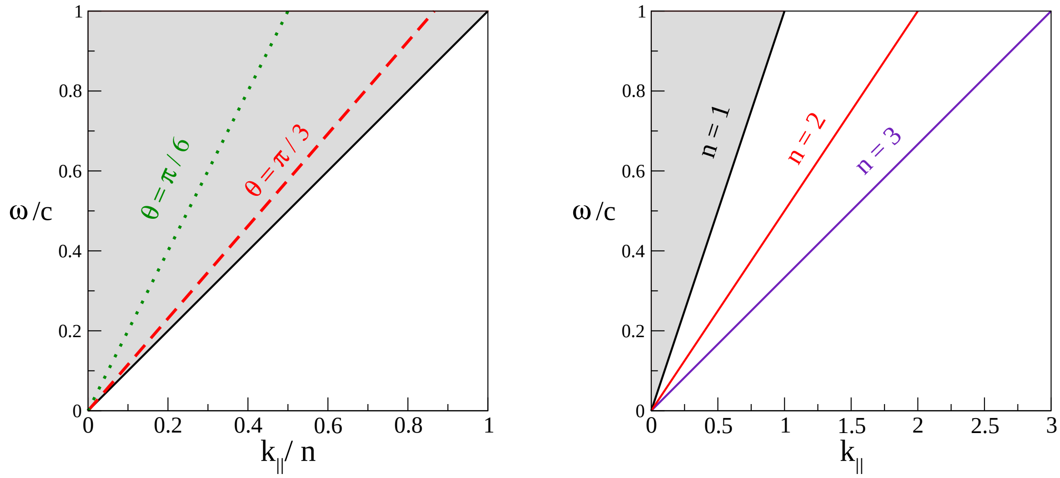
V špeciálnom prípade, keď permitivita ani permeabilita nezávisia od frekvencie, dostaneme z rovnice (1.17) lineárnu závislosť medzi vlnovým vektorom a frekvenciou

$$k = \frac{\omega}{c}\sqrt{\epsilon\mu} = k_v n \tag{1.18}$$

kde

$$k_v = \frac{\omega}{c} \tag{1.19}$$

je vlnový vektor EM vlny vo vákuu a $n = \sqrt{\epsilon\mu}$ je index lomu.



Obr. 1.2. Ľavý obrázok: disperzné vzťahy pre rovinnú elektromagnetickú vlnu šíriacu sa v nedisperznom prostredí s indexom lomu n. Index lomu nezávisí od frekvencie, preto je disperzný vzťah (1.18) lineárny. Uhol θ definuje smer šírenia vlny vzhľadom na os z: $k_{\parallel} = (\omega/c)n \sin\theta$ je zložka vlnového vektora kolmá na os z. Vyšrafovaná oblasť ukazuje oblasť parametrov $(k_{\parallel}, \omega)$, pre ktoré sa EM vlna v prostredí môže šíriť v smere osi z s reálnou zložkou vlnového vektora k_z. Nazýva sa preto svetelný kužeľ. V oblasti mimo svetelného kužeľa je k_z imaginárne a EM vlna exponenciálne klesá. Na pravom obrázku vidíme svetelný kužeľ pre tri prostredia s indexami lomu $n = 1$, 2 a 3.

Fázová a grupová rýchlosť

Definujme *fázovú rýchlosť* vzťahom

$$\vec{v}_f = \frac{\omega}{k}\frac{\vec{k}}{k} = \frac{c}{|n|}\frac{\vec{k}}{k} \tag{1.20}$$

a *grupovú rýchlosť*[3]

$$\vec{v}_g = \nabla_k \omega(\vec{k}) \tag{1.21}$$

Vo všeobecnosti sú ϵ a μ funkciami frekvencie ω, preto je disperzný vzťah (1.17) nelineárny. Ak môžeme frekvenčnú závislosť zanedbať, dostaneme lineárny vzťah medzi vlnovým vektorom a frekvenciou. Vtedy $v_g = v_f$.

Svetelný kužeľ

Vyjadrime disperzný vzťah (1.17) v tvare

$$k^2 = k_{\parallel}^2 + k_z^2 = \frac{\omega^2}{c^2}\epsilon\mu \tag{1.22}$$

kde $k_{\parallel}^2 = k_x^2 + k_y^2$. EM vlna sa môže šíriť v smere osi z len vtedy, ak platí podmienka

$$k_{\parallel} \le \frac{\omega}{c}\sqrt{\epsilon\mu} \tag{1.23}$$

[3]Operátor ∇_k je gradient v inverznom k-priestore, $\nabla_k = \vec{e}_x \frac{\partial}{\partial k_x} + \vec{e}_y \frac{\partial}{\partial k_y} + \vec{e}_z \frac{\partial}{\partial k_z}$ kde $\vec{e}_x$, $\vec{e}_y$ a $\vec{e}_z$ sú jednotkové vektory v smere osí k_x, k_y a k_z.

Oblasť povolených hodnôt $(k_\parallel, \omega)$ definuje *svetelný kužeľ*. Príklad svetelného kužeľa pre najjednoduchší prípad, keď permitivita a permeabilita nezávisí od frekvencie vlny, je ukázaný na obr. 1.2. V oblasti mimo svetelného kužeľa $k_\parallel > (\omega/c)\sqrt{\epsilon\mu}$ dostaneme z rovnice (1.22) imaginárne hodnoty $k_z = i\kappa_z$. To znamená, že EM vlna musí v smere od zdroja (napríklad v kladnom smere z) exponenciálne klesať:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_0 e^{ik_x x + ik_y y} e^{-\kappa_z z} \qquad \kappa_z > 0 \tag{1.24}$$

Takéto *evanescentné vlny* nájdeme napr. pri úplnom odraze EM vlny od rozhrania.

Vlnová rovnica

Predpokladajme teraz, že elektrická permitivita je funkciou polohy, $\epsilon = \epsilon(\vec{r})$, ale magnetická permeabilita je konštantná

$$\mu \equiv 1 \tag{1.25}$$

Hľadajme amplitúdy EM vlny $\vec{E}e^{-i\omega t}$ a $\vec{H}e^{-i\omega t}$ zodpovedajúce danej frekvencii ω. Z Maxwellových rovníc (1.2)

$$\nabla \times \vec{E} = i\mu_0\mu\omega\vec{H}, \qquad \nabla \times \vec{H} = -i\epsilon_0\epsilon\omega\vec{E} \tag{1.26}$$

odvodíme vlnovú rovnicu pre magnetické pole $\vec{H}$

$$\nabla \times \left[\frac{1}{\epsilon(\vec{r})}\nabla \times \vec{H}\right] = \frac{\omega^2}{c^2}\vec{H} \tag{1.27}$$

Riešenia vlnovej rovnice musia spĺňať dodatočnú podmienku $\nabla \cdot \vec{H} = 0$ (druhá rovnica 1.1). Pre reálnu permitivitu $\epsilon(\vec{r})$ sa dá ukázať, že operátor na pravej strane rovnice (1.27)

$$\Theta = \nabla \times \left[\frac{1}{\epsilon(\vec{r})}\nabla\times\right] \tag{1.28}$$

je hermitovský.[4] Preto vlastné hodnoty ω^2/c^2 sú reálne a vlastné stavy zodpovedajúce dvom rôznym vlastným hodnotám sú na seba ortogonálne

$$\int \mathrm{d}V\ \vec{H}_1^* \cdot \vec{H}_2 = 0 \tag{1.30}$$

[4] Hermitovské operátory poznáme z kvantovej mechaniky. Z definície je operátor A hermitovský, ak pre ľubovoľné dve funkcie f a g platí

$$\int \mathrm{d}V\ f^* A g = \int \mathrm{d}V\ g(Af)^* \tag{1.29}$$

Vlastné hodnoty hermitovského operátora Λ_n sú reálne. Vlastné funkcie f_n spĺňajúce vzťah $Af_n = \Lambda_n f_n$ sú na seba ortogonálne $\left[\ \int \mathrm{d}V\ f_n^* f_m = \delta_{nm}\ \right]$ a tvoria úplný systém funkcií. To znamená, že každú funkciu f môžeme vyjadriť ako sumu $f = \sum c_n f_n$. Pre nás je podstatné, že ak je operátor Θ hermitovský, potom sú jeho vlastné hodnoty ω^2/c^2 reálne. To neplatí, ak napr. permitivita $\epsilon(\vec{r})$ je komplexná, pretože Θ prestane byť hermitovským operátorom. Vlastné funkcie $\vec{H}(\vec{r})$, prislúchajúce dvom rôznym frekvenciám, sú na seba ortogonálne. Ortogonalitu vlastných stavov využijeme pri opise zakázaných pásov v kap. 2.

Zo známych vlastných stavov $\vec{H}$ nájdeme zodpovedajúce elektrické pole z Maxwellovej rovnice

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{i}{\omega\epsilon_0\epsilon(\vec{r})}\nabla \times \vec{H}(\vec{r}) \tag{1.31}$$

Takéto elektrické pole automaticky spĺňa Maxwellovu rovnicu

$$\nabla \cdot \vec{D}(\vec{r}) = \nabla \cdot \left[\epsilon(\vec{r})\vec{E}(\vec{r})\right] = 0 \tag{1.32}$$

Dve funkcie $\vec{E}_1$ a $\vec{E}_2$ zodpovedajúce vlastným stavom s rôznymi frekvenciami spĺňajú podmienku ortogonality

$$\int \mathrm{d}V \ \epsilon(\vec{r})\vec{E}_1^* \cdot \vec{E}_2 = 0 \tag{1.33}$$

Vlnová rovnica pre elektrické pole $\vec{E}(\vec{r})$

$$\frac{1}{\epsilon(\vec{r})}\nabla \times \nabla \times \vec{E} = \frac{\omega^2}{c^2}\vec{E} \tag{1.34}$$

je menej výhodná pre praktické výpočty, pretože operátor na ľavej strane rovnice

$$\frac{1}{\epsilon(\vec{r})}\nabla \times \nabla \times \tag{1.35}$$

nie je hermitovský. Riešenie rovnice (1.34) musíme hľadať na priestore funkcií spĺňajúcich podmienku (1.32), v ktorej vystupuje aj permitivita. Úloha nájsť riešenie rovnice (1.34) je preto ťažšia ako pre rovnicu (1.27). Tento rozdiel sa ale stratí v úlohách s priestorovo závislou permeabilitou.

Vlnové rovnice (1.27) a (1.34) budeme potrebovať pri riešení šírenia EM vĺn v periodických prostrediach.

Poyntingov vektor

Poyntingov vektor definujeme vzťahom

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} \tag{1.36}$$

Reálna časť Poyntingovho vektora určuje tok elektromagnetickej energie cez jednotkovú plochu za jednotku času. Pre rovinnú vlnu (1.14) sú vektory $\vec{E}$, $\vec{H}$ a $\vec{k}$ na seba kolmé a Poyntingov vektor $\vec{S}$ je rovnobežný s $\vec{k}$ (obr. 1.1).

V prípade harmonickej EM vlny je výhodné ustredniť Poyntingov vektor cez jednu časovú periódu $T = 2\pi/\omega$. Dostaneme

$$\vec{P} = \frac{1}{T}\int_0^T \mathrm{d}t\vec{S}(t) = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\ \left[\vec{E} \times \vec{H}^*\right] \tag{1.37}$$

Pre rovinnú EM vlnu odvodíme z rovnice (1.37) dva užitočné vzťahy:

Ak do rovnice (1.37) dosadíme $\vec{H}$ z Maxwellovej rovnice (1.15), dostaneme

$$\vec{P} = \frac{|E_0|^2}{2\omega\mu_0\mu} \,\mathrm{Re}\, \vec{k} \tag{1.38}$$

Energia, ktorá sa šíri v rovinnej vlne, je úmerná *reálnej časti* vlnového vektora. Preto exponenciálne klesajúca evanescentná vlna $E_0 e^{-\kappa z}$ s rýdzo imaginárnou zložkou $k_z = i\kappa$ neprenáša v smere z energiu.

Pre absolútnu hodnotu Poyntingovho vektora dosadíme $k = \sqrt{\epsilon\mu}\omega/c$ a dostaneme

$$P = \frac{\mathrm{Re}\, Z}{2}|H_0|^2 \tag{1.39}$$

z ktorého vyplýva podmienka (1.12) pre reálnu časť impedancie: Re $Z > 0$.

Energia

Ak zanedbáme frekvenčnú závislosť permitivity a permeability, potom je hustota energie EM poľa daná vzťahmi

$$w = w_E + w_H, \qquad w_E = \frac{1}{2}\epsilon_0\epsilon|E|^2, \qquad w_H = \frac{1}{2}\mu_0\mu|H|^2 \tag{1.40}$$

Energia harmonickej vlny, ustrednená cez jednu časovú periódu, je rovná

$$W = W_E + W_H = \frac{\epsilon_0}{4}\int \mathrm{d}V\ \epsilon(\vec{r})|E(\vec{r})|^2 + \frac{\mu_0}{4}\int \mathrm{d}V\ \mu(\vec{r})|H(\vec{r})|^2 \tag{1.41}$$

Po ustrednení cez časovú periódu $T = 2\pi/\omega$ sú dve zložky energie, elektrická a magnetická, rovnaké, $W_E = W_H$, pretože amplitúdy vlny sú zviazané impedanciou (rovnica 1.16).

Disperzia

V disperznom prostredí je hustota energie EM poľa vyjadrená všeobecnejším vzťahom [10]

$$w_E = \frac{\epsilon_0}{2}\frac{\partial\omega\epsilon_r(\omega)}{\partial\omega}|E|^2, \qquad w_H = \frac{\mu_0}{2}\frac{\partial\omega\mu_r(\omega)}{\partial\omega}|H|^2 \tag{1.42}$$

Rovnice (1.42) platia aj v prípade, že reálna časť permitivity alebo permeability je záporná.

1.2 Elektrická permitivita

Elektrická odozva homogénneho prostredia závisí od jeho štruktúry. Nás predovšetkým zaujíma, ako permitivita závisí od frekvencie dopadajúcej EM vlny.

Lorentzov model dielektrického prostredia

Najjednoduchší klasický model opisujúci rezonančnú frekvenčnú závislosť permitivity je založený na predstave oscilujúcich nabitých častíc v materiáli. Uvažujme rovinnú elektromagnetickú vlnu s intenzitou elektrického poľa

$$E_x(t) = E_0 e^{-i\omega t} \tag{1.43}$$

orientovanou v smere osi x. Ak vlna prechádza materiálom, vyvolá v ňom elektrické pole oscilácie nabitých častíc. Pohybová rovnica častice s hmotnosťou m a nábojom Q bude pohybovou rovnicou tlmeného harmonického oscilátora s budiacou silou

$$m\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + m\omega_0^2 x + m\gamma\frac{\partial x}{\partial t} = QE_x(t) \tag{1.44}$$

kde ω_0 je vlastná frekvencia oscilácií častice okolo jej rovnovážnej polohy, a γ je stratový člen. Riešenie rovnice (1.44) hľadáme v tvare

$$x(t) = x_0 e^{-i\omega t} \tag{1.45}$$

Pre amplitúdu x_0 dostaneme

$$x_0 = \frac{QE_0/m}{\omega_0^2 - \omega(\omega + i\gamma)} \tag{1.46}$$

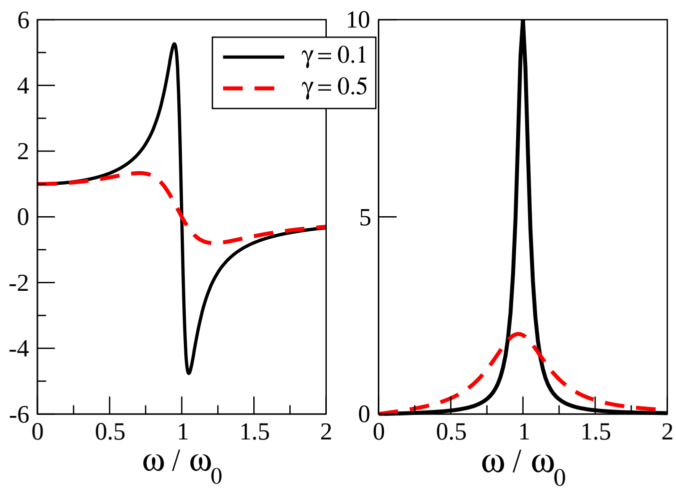
Ak n je koncentrácia nábojov, potom polarizácia $P = nQx$ definuje relatívnu permitivitu materiálu ϵ vzťahom

$$P = \epsilon_0(\epsilon - 1)E \tag{1.47}$$

Kombináciou týchto rovníc dostaneme frekvenčne závislú *relatívnu* permitivitu

$$\epsilon(\omega) = 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega(\omega + i\gamma)} \tag{1.48}$$

kde $\omega_p^2 = nQ^2/\epsilon_0 m$. Vzťah (1.48) opisuje frekvenčnú závislosť relatívnej permitivity v okolí rezonancie (obr. 1.3).



Obr. 1.3. Permitivita ako funkcia frekvencie, daná rovnicou (1.48), pre $\omega_p = 1$ a pre dve hodnoty parametra γ. Vľavo reálna časť, vpravo imaginárna časť.

Kovy

V kovoch sú voľné elektróny s nábojom $Q = -e$, preto zo vzťahu (1.48) s rezonančnou frekvenciou $\omega_0 = 0$ dostaneme Drudeho vzťah pre relatívnu permitivitu kovu

$$\epsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma)} \tag{1.49}$$

kde

$$\omega_p^2 = \frac{ne^2}{\epsilon_0 m} \tag{1.50}$$

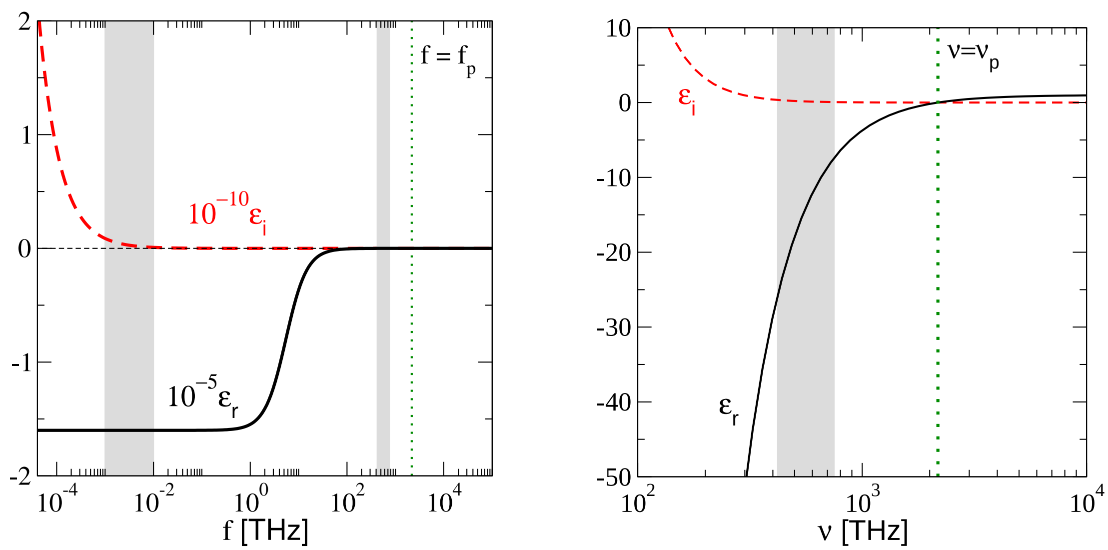
je *plazmová frekvencia* a stratový člen γ definuje absorpčné straty. Typické hodnoty plazmovej frekvencie a stratového člena pre najpoužívanejšie kovy - striebro, zlato, meď – sú

$$\nu_p = \frac{\omega_p}{2\pi} \approx 2000 \text{ THz}, \qquad \gamma_0 = \frac{\gamma}{2\pi} \sim 4 - 10 \text{ THz} \tag{1.51}$$

Napríklad pre striebro $\nu_p = 2175$ THz, a $\gamma_0 = 4,35$ THz [16]. Ako vidíme na obr. 1.4, reálna časť permitivity kovov je pre frekvencie $\omega < \omega_0$ záporná. Preto sa EM vlny s frekvenciami $\nu < \nu_p$ vo vnútri kovu nešíria. Voľné elektróny sú schopné odtieniť dopadajúce elektromagnetické vlnenie. Pre frekvencie vyššie ako plazmová frekvencia, $\nu > \nu_p$ je ϵ_r kladná, a odozva kovu zodpovedá odozve stratového dielektrika.

V kovoch nemôžeme v žiadnej oblasti frekvencií zanedbať imaginárnu časť permitivity. V oblasti viditeľného svetla je $\epsilon_i \sim 1$. Pre nižšie frekvencie dosahuje ϵ_i hodnoty $\sim 10^7$.

Drudeho model dáva len približné hodnoty permitivity kovu. Pre kvantitatívne výpočty je potrebné uvážiť podrobnejšie modely [8]. V prípade kovových nanočastíc závisí permitivita aj od ich veľkosti [46].



Obr. 1.4. Frekvenčná závislosť permitivity kovu podľa Drudeho modelu (rovnica 1.49). Vyznačená je plazmová frekvencia $\nu \sim 2\,000$ THz, oblasť viditeľného svetla ($400 - 700$ THz) a oblasť mikrovĺn, kde má reálna časť permitivity typickú hodnotu $\epsilon_r \sim -10^5$ a imaginárna časť $\epsilon_i \sim 10^7$. Pravý obrázok zobrazuje permitivitu v oblasti viditeľného svetla a jej okolí. Imaginárna časť permitivity je vždy kladná. Reálna časť permitivity mení znamienko zo zápornej na kladnú keď frekvencia prekročí hodnotu $\nu = \sqrt{\nu_p^2 + \gamma_0^2}$.

Dielektriká

Aj v dielektrikách dochádza k absorpčným stratám. Ďaleko od rezonancií je však imaginárna časť permitivity taká malá, že ju v mnohých aplikáciách môžeme zanedbať: $\epsilon \approx \epsilon_r$. Relatívna permitivita dielektrika ϵ je kladná. V oblasti viditeľného svetla sa typické hodnoty reálnej časti ϵ pohybujú v intervale

$$1 < \epsilon_r < 12 \tag{1.52}$$

a hoci mierne závisia od frekvencie, môžeme túto frekvenčnú závislosť zanedbať.

1.3 Magnetická permeabilita

Relatívna magnetická permeabilita μ je pre všetky materiály dostupné v prírode kladná. Pre diamagnetické materiály je $\mu < 1$, pre paramagnetické materiály $\mu > 1$.

Podobne ako permitivita aj magnetická permeabilita závisí od frekvencie. Landau [10] ukázal, že pre vysoké frekvencie je $\mu \equiv 1$. To znamená, že žiadny prírodný materiál nie je schopný ovplyvniť vysokofrekvenčné magnetické pole. Preto sa v optike *a priori* uvažuje len elektrická odozva materiálov a index lomu $n = \sqrt{\epsilon}$.

Absencia magnetickej odozvy bola najsilnejším argumentom proti možnosti konštrukcie metamateriálov. Ukázalo sa však, že Landauova limita sa týkala prírodných materiálov, v ktorých typickou dĺžkovou škálou je medziatómová vzdialenosť. Ako uvidíme v kap. 4, v metamateriáloch túto úlohu preberá mriežková konštanta periodickej štruktúry, ktorá je o niekoľko rádov väčšia, ako vzdialenosť atómov. Preto môžeme predpokladať, že magnetická odozva metamateriálov bude rôzna od jednotky aj pre podstatne vyššie frekvencie než v prípade prirodzených materiálov.

1.4 Dĺžkové škály

Pre analýzu prechodu elektromagnetickej vlny cez nehomogénne prostredie je dôležité porovnať vlnovú dĺžku EM vlny λ s typickým rozmerom nehomogenity a. Podľa veľkosti pomeru λ/a rozlišujeme tri základné režimy prechodu vlny materiálom:

Homogénny materiál $\lambda \gg a$

Dielektrikum zložené z atómov je pre viditeľné svetlo homogénnym materiálom. Pretože medziatómová vzdialenosť $a \sim 10^{-10}$ m, je dielektrikum pre viditeľné svetlo s vlnovou dĺžkou $\lambda \sim 10^{-7}$ m $\approx 1000\ a$ homogénne spojité prostredie. Pre takéto prostredie môžeme definovať permitivitu a permeabilitu, a pomocou nich opísať šírenie vlny.

S limitou $\lambda \gg a$ sa stretneme aj pri štúdiu metamateriálov, ktoré sú skonštruované z dielektrických a kovových súčastí. Štruktúra metamateriálov je periodická v priestore. Perióda a môže dosiahnuť až niekoľko milimetrov. Metamateriál teda spĺňa podmienku homogénnosti len pre vlnové dĺžky $\lambda \gg a$, napríklad pre $\lambda = 30$ cm ($\nu = 1$ GHz). Pre takéto materiály zadefinujeme v kapitole 4 *efektívne* parametre: permitivitu, permeabilitu, impedanciu a index lomu. Takto definované efektívne parametre musíme odlíšiť od efektívnych parametrov definovaných pre kompozity zložené z dielektrických zložiek [16, 17]. Na rozdiel od dielektrických kompozitov, v metamateriáloch sa efektívne parametre môžu podstatne líšiť od parametrov zložiek, z ktorých sú vytvorené (metamateriál môže mať napríklad zápornú permeabilitu).

Fotonický kryštál $\lambda \sim a$

Najjednoduchší fotonický kryštál zostrojíme periodickým opakovaním dvoch dielektrických vrstiev. Ak cez takúto štruktúru prechádza elektromagnetická vlna s vlnovou dĺžkou porovnateľnou s periódou kryštálu, dochádza k mnohonásobnému odrazu vlny od rozhraní. Prechod vlny preto podstatným spôsobom závisí od geometrického usporiadania a symetrie štruktúry. Hoci jednotlivé zložky fotonického kryštálu majú svoju permitivitu, celkový fotonický kryštál nemôžeme charakterizovať efektívnou permitivitou.

Do tejto kategórie patrí aj prechod RTG žiarenia cez kryštalickú štruktúru. V tomto prípade je opäť $\lambda \sim a \sim 10^{-10}$ m, preto pozorujeme difrakciu RTG vĺn na jednotlivých kryštalických rovinách.

Makroskopicky veľké objekty, $\lambda \ll a$

Prechod elektromagnetickej vlny cez makroskopicky veľké objekty rozmerov a opíšeme geometrickou optikou. Touto limitou sa nebudeme zaoberať.

1.5 Elektromagnetická vlna na rovinnom rozhraní

Podmienky spojitosti na rozhraní

Uvažujme prechod a odraz elektromagnetickej vlny cez rovinné rozhranie medzi dvomi homogénnymi materiálmi s parametrami ϵ_1, μ_1 a ϵ_2, μ_2 (obr. 1.5). Amplitúdy prechodu a odrazu dostaneme z podmienok spojitosti tangenciálnej zložky intenzity elektrického a magnetického poľa na rozhraní:

$$E_{1\|} = E_{2\|}, \qquad H_{1\|} = H_{2\|} \tag{1.53}$$

alebo z podmienok spojitosti normálovej zložky elektrickej a magnetickej indukcie:

$$D_{1\perp} = D_{2\perp}, \qquad B_{1\perp} = B_{2\perp} \tag{1.54}$$

Rovnice spojitosti sú dôsledkom Maxwellových rovníc [18]. Z podmienok spojitosti vyplýva, že amplitúdy prechodu a odrazu závisia od polarizácie EM vlny (obr. 1.5).

Predpokladajme, že rozhranie leží v rovine xy a rovina dopadu je rovnobežná s rovinou xz. Potom môžeme vlnový vektor EM vlny $\vec{k}$ v jednotlivých prostrediach vyjadriť v tvare

$$\vec{k_1} = (\vec{k}_\|, k_{1z}), \qquad \vec{k_2} = (\vec{k}_\|, k_{2z}) \tag{1.55}$$

pretože zložka vektora $\vec{k}_\| = (k_x, k_y)$, rovnobežná s rozhraniami medzi vrstvami, sa zachováva.

$$\vec{k}_{1\|} \equiv \vec{k}_{2\|} \equiv \vec{k}_\| \tag{1.56}$$

Zrejme platí

$$\sin\theta_1 = \frac{k_\|}{k_1}, \qquad \sin\theta_2 = \frac{k_\|}{k_2} \tag{1.57}$$

Ak uvážime, že $k_1 = n_1 k_v$ a $k_2 = n_2 k_v$ (k_v je absolútna hodnota vlnového vektora vo vákuu), dostaneme z rovnice (1.56) Snellov zákon.

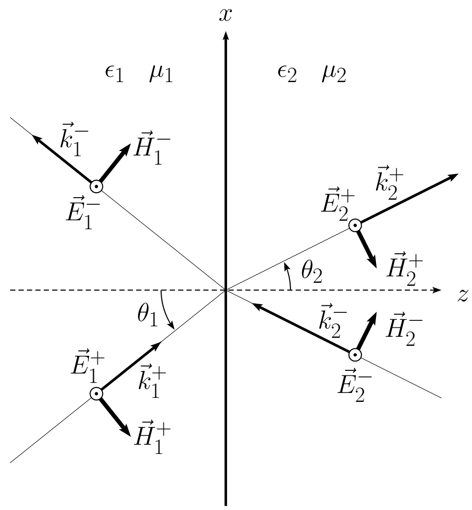
Prechodová matica

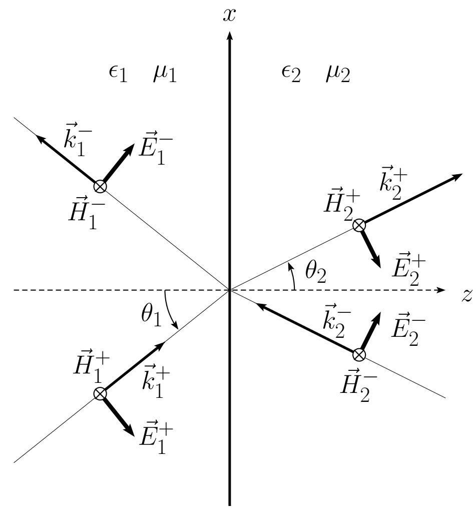
Podľa obr. 1.5 vyjadríme elektromagnetickú vlnu na oboch stranách rozhrania ako sumu dvoch rovinných vĺn šíriacich sa v kladnom a zápornom smere osi z:

$$\begin{aligned} \vec{E}_1(z) &= \left[\vec{E}_1^+ e^{+ik_z z} + \vec{E}_1^- e^{-ik_z z}\right] e^{i(k_x x + k_y y - \omega t)} \\ \vec{H}_1(z) &= \left[\vec{H}_1^+ e^{+ik_z z} + \vec{H}_1^- e^{-ik_z z}\right] e^{i(k_x x + k_y y - \omega t)} \end{aligned} \tag{1.58}$$

a podobne v druhom prostredí. Pre rovinné rozhranie v bode $z = 0$ dostaneme z podmienok spojitosti (1.53) pre TE polarizáciu (ľavý obr. 1.5). dve lineárne rovnice

$$\begin{aligned} E_{1y}^+ + E_{1y}^- &= E_{2y}^+ + E_{2y}^- \\ H_{1x}^+ + H_{1x}^- &= H_{2x}^+ + H_{2x}^- \end{aligned} \tag{1.59}$$





Obr. 1.5. Prechod elektromagnetickej vlny cez rovinné rozhranie. Vľavo: TE polarizovaná vlna (vektor elektrickej intenzity $\vec{E}$ je rovnobežný s rozhraním). Vpravo: TM polarizovaná vlna (vektor magnetickej intenzity $\vec{H}$ je rovnobežný s rozhraním). Horný index označuje smer šírenia vlny, dolný index označuje prostredie.

pretože $\vec{E} = (0, E_y, 0)$ má len zložku E_y rovnobežnú s rozhraním a magnetická intenzita $\vec{H} = (H_x, 0, H_z)$ má s rozhraním rovnobežnú zložku H_x (ľavý obr. 1.5). Z prvej Maxwellovej rovnice (1.15) $\vec{k} \times \vec{E} = \mu_0\mu\omega\vec{H}$ vyjadríme

$$H_x = -\frac{k_z E}{\mu_0 \mu \omega} \tag{1.60}$$

a odvodíme lineárny vzťah pre elektrickú intenzitu na oboch stranách rozhrania

$$\begin{pmatrix} E_2^+ \\ E_2^- \end{pmatrix} = \mathbf{M}_{\mathrm{TE}} \begin{pmatrix} E_1^+ \\ E_1^- \end{pmatrix} \tag{1.61}$$

Podobne pre TM polarizáciu (pravý obr. 1.5) majú podmienky spojitosti tvar

$$\begin{aligned} E_{1x}^+ + E_{1x}^- &= E_{2x}^+ + E_{2x}^- \\ H_{1y}^+ + H_{1y}^- &= H_{2y}^+ + H_{2y}^- \end{aligned} \tag{1.62}$$

Teraz je $H_y = H$, preto odvodíme lineárny vzťah pre magnetické pole:

$$\begin{pmatrix} H_2^+ \\ H_2^- \end{pmatrix} = \mathbf{M}_{\mathrm{TM}} \begin{pmatrix} H_1^+ \\ H_1^- \end{pmatrix} \tag{1.63}$$

Prechodové matice $\mathbf{M}_{\mathrm{TE}}$ a $\mathbf{M}_{\mathrm{TM}}$ majú tvar

$$\mathbf{M}_{\mathrm{TE}} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1+\chi_{\mathrm{TE}} & 1-\chi_{\mathrm{TE}} \\ 1-\chi_{\mathrm{TE}} & 1+\chi_{\mathrm{TE}} \end{pmatrix}, \qquad \chi_{\mathrm{TE}} = \frac{\mu_2}{\mu_1}\frac{k_{1z}}{k_{2z}} \tag{1.64}$$

pre TE polarizáciu, a

$$\mathbf{M}_{\mathrm{TM}} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1+\chi_{\mathrm{TM}} & 1-\chi_{\mathrm{TM}} \\ 1-\chi_{\mathrm{TM}} & 1+\chi_{\mathrm{TM}} \end{pmatrix}, \qquad \chi_{\mathrm{TM}} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}\frac{k_{1z}}{k_{2z}} \tag{1.65}$$

pre TM polarizáciu.

Prechodová matica definuje lineárny vzťah medzi amplitúdami elektrických resp. magnetických polí na dvoch stranách rozhrania. Matica má rozmer 2×2, pretože pole môže pozostávať z vĺn postupujúcich dvoma smermi (niektoré z amplitúd môžu byť v konkrétnej situácii rovné nule).

Amplitúdy prechodu a odrazu

Z prvkov prechodovej matice **M** nájdeme *amplitúdy* prechodu t a odrazu r:

$$t = \frac{1}{M_{22}}, \qquad \frac{r}{t} = -M_{12} \tag{1.66}$$

Koeficient prechodu je definovaný ako pomer Poyntingových vektorov prechádzajúcej a dopadajúcej vlny,

$$T = \frac{P_2}{P_1} \tag{1.67}$$

Vo všeobecnosti $T \neq |t|^2$, pretože amplitúda prechodu vyjadruje vzťah medzi poliami v rôznych prostrediach. Koeficient odrazu definujeme

$$R = |r|^2 \tag{1.68}$$

V systéme bez absorpcie sa zachováva energia, preto

$$T + R = 1 \tag{1.69}$$

Prechod EM vlny cez homogénnu vrstvu

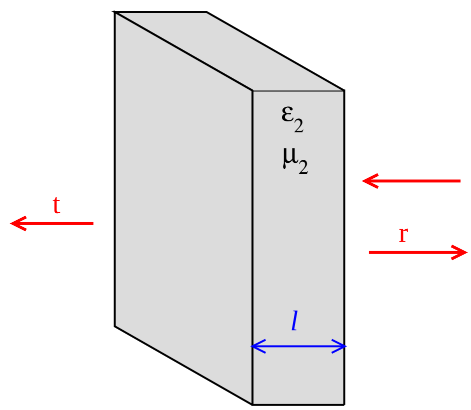
Prechodovú maticu pre zložitejšie štruktúry nájdeme z prechodových matíc pre rozhranie a voľný priestor. Napríklad v prípade homogénnej vrstvy hrúbky ℓ (obr. 1.6) sa EM vlna rozptyľuje na rozhraní medzi materiálom 1 a 2, potom prechádza homogénnym materiálom vrstvy a nakoniec sa rozptýli na rozhraní $2 \to 1$. Dostaneme prechodovú maticu

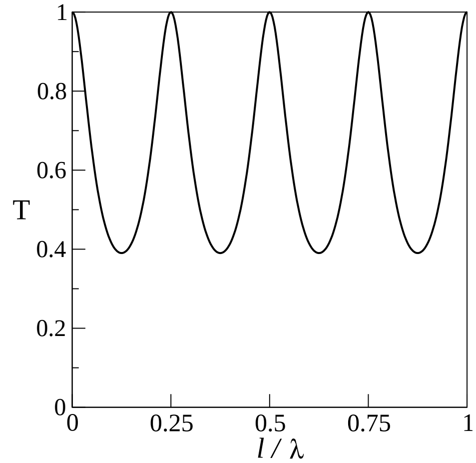
$$\mathbf{M}^{\text{vrstva}} = \mathbf{M}^{-1} \begin{pmatrix} e^{ik_{2z}\ell} & 0 \\ 0 & e^{-ik_{2z}\ell} \end{pmatrix} \mathbf{M} \tag{1.70}$$

kde **M** je prechodová matica pre rozhranie daná rovnicou (1.64) alebo (1.65). Amplitúdy prechodu a odrazu nájdeme opäť zo vzťahov (1.66). Pretože prostredie pred aj za vrstvou má tú istú permitivitu a permeabilitu, dostaneme koeficient prechodu $T = |t|^2$. Ak sa vo vrstve môže absorbovať EM energia, nájdeme koeficient absorpcie A zo vzťahu

$$A = 1 - T - R \tag{1.71}$$

Metódu prechodovej matice [16] využijeme v ďalšom texte na analýzu EM vlastností zložitejších fotonických štruktúr.





Obr. 1.6. Prechod elektromagnetickej vlny cez rovinnú homogénnu vrstvu hrúbky ℓ. EM vlna dopadá sprava, amplitúda prechádzajúcej vlny je t, amplitúda odrazenej vlny je r. Amplitúdy nájdeme zo známej prechodovej matice (1.70). Na pravom obrázku vidíme, že koeficient prechodu $T = |M_{22}|^{-2}$ daný rovnicou (1.80) osciluje ako funkcia pomeru hrúbky vrstvy ℓ a vlnovej dĺžky dopadajúcej vlny λ (*Fabry-Perotove oscilácie*). Vrstva má permitivitu $\epsilon_2 = 4$, prostredie na oboch stranách vrstvy má rovnakú permitivitu $\epsilon_1 = 1$. Úplný prechod EM vlny, $T = 1$, nastáva, keď je splnená podmienka $k_{2z}\ell = m\pi$, kde m je celé číslo (rovnica 1.81). Platí vzťah $k_z\ell = \omega\ell\sqrt{\epsilon_2}/c = 2\pi\sqrt{\epsilon_2}\ell/\lambda$.

1.6 Viazané stavy

Za určitých okolností môže na rozhraniach medzi dvoma materiálmi vzniknúť viazaný stav. Napríklad v tenkej dielektrickej vrstve s permitivitou vyššou ako je permitivita okolitého prostredia sa môžu šíriť EM vlny, ktoré exponenciálne zanikajú v okolitom prostredí. Iným príkladom viazaných stavov sú povrchové plazmóny lokalizované na povrchu kovu. Príkladmi viazaných stavov sa budeme podrobne zaoberať v kap. 5. Teraz len ukážeme metódu výpočtu vlastných frekvencií založenú na metóde prechodovej matice.

Ak je vlna viazaná napríklad na rozhranie medzi dvoma materiálmi (obr. 1.7), potom musí exponenciálne klesať so vzdialenosťou od rozhrania. Zložka vlnového vektora EM vlny kolmá na rozhranie preto musí byť v oboch prostrediach imaginárna

$$k_{1z} = i\kappa_1, \qquad k_{2z} = i\kappa_2 \tag{1.72}$$

a $\kappa_1 > 0$, $\kappa_2 > 0$. Prichádzajúca vlna na ľavej strane rozhrania

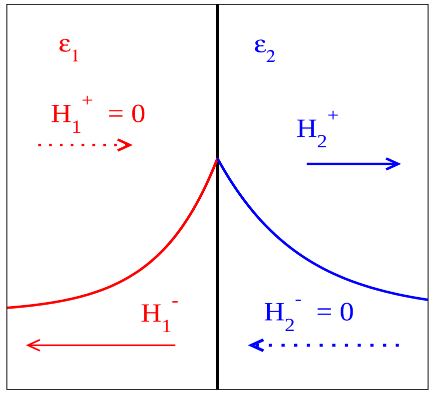
$$H_1^+ e^{ik_{1z}z} = H_1^+ e^{-\kappa_1 z} \tag{1.73}$$

rastie exponenciálne pre $z \to -\infty$, preto musí byť $H_1^+ \equiv 0$. Podobne dostaneme $H_2^- \equiv 0$. Rovnicu (1.61) pre TM polarizovanú vlnu potom vyjadríme v tvare

$$\begin{pmatrix} H_2^+ \\ 0 \end{pmatrix} = \mathbf{M}_{\rm TE} \begin{pmatrix} 0 \\ H_1^- \end{pmatrix} \tag{1.74}$$

z ktorého dostaneme rovnicu pre amplitúdu exponenciálne klesajúcej vlny

$$0 = M_{22} H_1^- \tag{1.75}$$



Obr. 1.7. Schéma EM stavu viazaného na rozhranie medzi dvoma materiálmi. EM vlna exponenciálne klesá so vzdialenosťou od rozhrania. Exponenciálne rastúce vlny nemôžu existovať, preto $H_1^+ \equiv 0$ a $H_2^- \equiv 0$.

Táto rovnica má netriviálne riešenie $H_1^- \neq 0$ len vtedy, ak je splnená rovnica

$$M_{22}(i\kappa_1, i\kappa_2) = 0 \tag{1.76}$$

Pre danú hodnotu $k_\parallel$ nájdeme zodpovedajúcu frekvenciu $\omega = \omega(k_\parallel)$ a z disperzného vzťahu $\omega = \omega(\vec{k})$ vypočítame hodnoty κ_1 a κ_2. Po dosadení do rovnice (1.76) dostaneme rovnicu pre vlastné frekvencie viazaných stavov.

Uvažujme napríklad rovinné rozhranie medzi dvoma materiálmi s permitivitami ϵ_1 a ϵ_2. Ak dosadíme maticový element M_{22} z rovnice (1.65) do rovnice (1.76), dostaneme podmienku pre existenciu viazaného stavu v tvare

$$1 + \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}\frac{\kappa_2}{\kappa_1} = 0 \tag{1.77}$$

kde

$$\kappa_{1,2}^2 = \frac{\omega^2}{c^2}\epsilon_{1,2} - k_\parallel^2 \tag{1.78}$$

Z rovnice (1.77) nájdeme disperzný vzťah $\omega(k_\parallel)$. Pretože κ_1 aj κ_2 sú kladné, má rovnica (1.77) riešenie len vtedy, keď permitivity ϵ_1 a ϵ_2 majú opačné znamienka. Preto viazaný stav existuje len na rozhraní kovu a dielektrika, ale nie na rozhraní dvoch dielektrík.Viazanými stavmi na povrchu kovu sa budeme zaoberať v kapitole 5.

1.7 Úlohy

1.1. Zo známej prechodovej matice odvoďte Fresnelove vzťahy pre koeficienty odrazu a prechodu EM vlny cez rozhranie medzi dvoma dielektrikami.

1.2. Ukážte, že ak TM polarizovaná EM vlna dopadá na rozhranie medzi dvoma dielektrikami pod *Brewsterovým uhlom*

$$\tan\theta_B = \frac{n_1}{n_2} \tag{1.79}$$

potom jej koeficient odrazu $R = 0$ a prechodu $T = 1$.

1.3. Zo vzťahu (1.70) nájdite koeficient prechodu EM vlny cez homogénnu vrstvu hrúbky ℓ

$$T = \frac{1}{1 + \frac{1}{4}\left[\chi - \frac{1}{\chi}\right]^2 \sin^2 k_{2z}\ell} \tag{1.80}$$

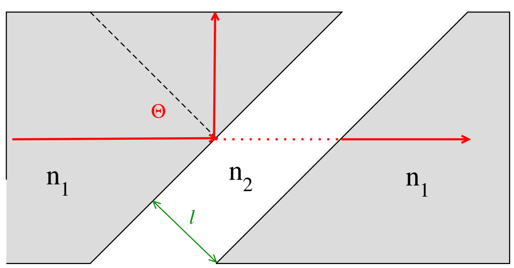
Na pravom obrázku 1.6 vidíme, že T osciluje ako funkcia pomeru hrúbky vrstvy a vlnovej dĺžky (*Fabry-Perotove oscilácie*). Z rovnice (1.80) vidíme, že koeficient prechodu je rovný jednej ($T = 1$), ak platí

$$k_{2z}\ell = m\pi, \qquad m = 1, 2, \dots \tag{1.81}$$

1.4. EM vlna s frekvenciou ω kolmo dopadá na povrch kovu. Odhadnite, do akej hĺbky preniká do vnútra kovu. Ukážte, že hĺbka vniku δ klesá s rastúcou frekvenciou úmerne $\omega^{-1/2}$ a pre frekvencie v oblasti viditeľného svetla dosahuje

$$\delta \approx 22 \text{ nm} \tag{1.82}$$

1.5. Na obrázku 1.8 je znázornený proces tunelovania EM cez úzku štrbinu. EM sa šíri zľava v dielektriku s indexom lomu $n_1 > n_2$. Dopadá na rozhranie pod uhlom θ väčším ako je kritický uhol $\theta_c = \arcsin n_2/n_1$. Vďaka evanescentným vlnám v štrbine časť energie dosiahne druhé dielektrikum. v ktorom sa ďalej šíri. Nájdite koeficient prechodu EM vlny do druhého dielektrika ako funkciu šírky štrbiny ℓ.



Obr. 1.8. Tunelovanie EM vlny cez úzku štrbinu.

1.6. Uvažujme priestorovo homogénny materiál s frekvenčne závislou permitivitou a permeabilitou,

$$\epsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \qquad \mu(\omega) = 1 + \frac{F\omega^2}{\omega_0^2 - \omega^2} \tag{1.83}$$

Nájdite svetelný kužeľ pre elektromagnetickú vlnu šíriacu sa takýmto prostredím. Zvoľte napr. $\omega_0 = 0,4\omega_p$ a $F = 0,56$. Rovnice (1.83) udávajú typickú frekvenčnú závislosť efektívnej permitivity a permeability tzv. *left handed* materiálov, ktorými sa budeme zaoberať v kapitole 4.

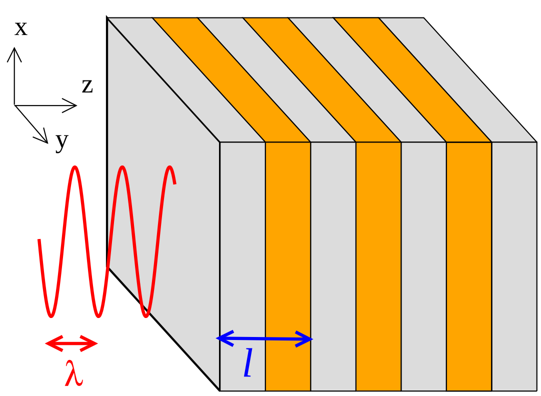
KAPITOLA 2

Jednorozmerný fotonický kryštál

Najjednoduchším fotonickým kryštálom je jednorozmerný kryštál, ktorý zostrojíme periodickým usporiadaním dvoch rovinných vrstiev (obrázok 2.1). Uvažujme pre jednoduchosť len dielektrické bezstratové materiály. Potom $\mu_a = \mu_b = 1$, permitivity ϵ_a a ϵ_b sú reálne a dielektrické vrstvy môžeme charakterizovať ich indexami lomu n_a a n_b a hrúbkami ℓ_a a ℓ_b. Naším cieľom bude opísať šírenie elektromagnetickej vlny s frekvenciou ω v periodickej štruktúre. Smer šírenia EM vlny určuje uhol dopadu na jednotlivé rozhrania, napríklad uhol θ_a vo vrstve a. Ukážeme, že periodicita prostredia spôsobí vznik zakázaných frekvenčných pásov a nájdeme disperzný vzťah vlny šíriacej sa fotonickým kryštálom.

Predpokladajme, že vrstvy sú rovnobežné s rovinou xy. Uvažujme rovinnú vlnu s frekvenciou ω. Jej vlnový vektor vo vákuu je $k_v = \omega/c$. Vlnové vektory takejto vlny v jednotlivých vrstvách vyjadríme v tvare

$$\vec{k_a} = (k_\|, k_{za}), \qquad \vec{k_b} = (k_\|, k_{zb}) \tag{2.1}$$



Obr. 2.1. Jednorozmerný fotonický kryštál. Dielektrické vrstvy sú nekonečné a homogénne v smeroch x a y. V smere z majú hrúbky ℓ_a a ℓ_b a indexy lomu n_a a n_b. Štruktúra má v smere z priestorovú periódu ℓ.

Zložka vektora $k_{\|}$, rovnobežná s rozhraniami medzi vrstvami, sa zachováva a definuje smer šírenia rovinnej vlny v jednotlivých vrstvách:

$$\sin\theta_a = \frac{k_{\|}}{k_a}, \qquad \sin\theta_b = \frac{k_{\|}}{k_b} \tag{2.2}$$

Quarter stack (štvrťvlnová štruktúra)

Šírenie EM vlny cez fotonický kryštál je determinované šiestimi parametrami: indexami lomu a hrúbkami jednotlivých vrstiev, frekvenciou vlny a smerom jej šírenia. Aby sme tento počet znížili, obmedzíme sa na špeciálny typ fotonického kryštálu, tzv. *quarter stack*, čo je štruktúra, pre ktorú platí

$$n_a\ell_a = n_b\ell_b \tag{2.3}$$

Potom môžeme definovať referenčnú frekvenciu ω_0 vzťahom

$$\omega_0 = ck_0, \qquad k_0 n_a\ell_a = k_0 n_b\ell_b = \frac{\pi}{2} \tag{2.4}$$

Pre túto frekvenciu spĺňajú vlnové dĺžky EM vlny v jednotlivých prostrediach vzťahy

$$\frac{\ell_a}{\lambda_a} = \frac{\ell_b}{\lambda_b} = \frac{1}{4} \tag{2.5}$$

lebo $\lambda_a = 2\pi c/\omega n_a$, $\lambda_b = 2\pi c/\omega n_b$, a teda $n_a/n_b = \lambda_b/\lambda_a$. Vzťah (2.5) vysvetľuje názov tejto fotonickej štruktúry: hrúbka jednotlivých vrstiev je zvolená ako štvornásobok vlnovej dĺžky EM vlny šíriacej sa v danej vrstve s frekvenciou ω_0.

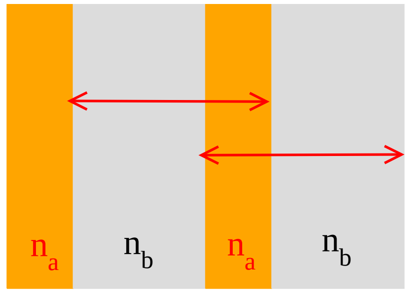
2.1 Frekvenčné spektrum

Frekvenčné spektrum fotonického kryštálu nájdeme z podmienky, kedy sa EM vlna môže fotonickým kryštálom voľne šíriť. Uvažujme najprv TE polarizovanú vlnu. Vzťah medzi jej amplitúdami v dvoch bodoch vzdialených od seba o jednu periódu kryštálu

$$\ell = \ell_a + \ell_b \tag{2.6}$$

môžeme vyjadriť pomocou prechodovej matice. Explicitný tvar prechodovej matice dostaneme, ak si uvedomíme, že k tomu, aby vlna prekonala vzdialenosť ℓ, musí prekonať rozhranie $a \to b$, homogénnu vrstvu b hrúbky ℓ_b, potom rozhranie $b \to a$ a nakoniec homogénnu vrstvu a hrúbky ℓ_a. Vzťah medzi amplitúdami EM vlny je preto

$$\begin{aligned}\begin{pmatrix} E^+(z+\ell) \\ E^-(z+\ell)\end{pmatrix} &= \mathbf{M}_{\mathrm{TE}}^{\mathrm{per}} \begin{pmatrix} E^+(z) \\ E^-(z)\end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} e^{+i\phi_a} & 0 \\ 0 & e^{-i\phi_a}\end{pmatrix} \mathbf{M}_{\mathrm{TE}}^{-1} \begin{pmatrix} e^{+i\phi_b} & 0 \\ 0 & e^{-i\phi_b}\end{pmatrix} \mathbf{M}_{\mathrm{TE}} \begin{pmatrix} E^+(z) \\ E^-(z)\end{pmatrix}\end{aligned} \tag{2.7}$$



Obr. 2.2. Amplitúda EM sa nesmie zmeniť po prechode cez jednu periódu fotonického kryštálu.

kde

$$\phi_a = k_{za}\ell_a \text{ a } \phi_b = k_{zb}\ell_b \tag{2.8}$$

Ak $E(z+\ell)$ a $E(z)$ reprezentujú voľne sa šíriace vlny (vlastné stavy nekonečného FK), potom sa ich amplitúda nesmie po prechode cez jednu periódu kryštálu zmeniť (obr. 2.2). To sa dá docieliť len vtedy, ak vlastné hodnoty matice $\mathbf{M}_{\mathrm{TE}}^{\mathrm{per}}$ majú tvar

$$\Lambda_{1,2} = e^{\pm iq\ell} \tag{2.9}$$

kde q je *reálny* parameter. (Všimnime si, že det $\mathbf{M}_{\mathrm{TE}}^{\mathrm{per}} = 1$, preto $\Lambda_1\Lambda_2 = 1$.) V opačnom prípade by bola napr. $|\Lambda_1| > 1$, čo by zodpovedalo stavu, ktorého amplitúda po prechode cez N periód FK narastie Λ_1^N-krát. Takýto stav nemôže zodpovedať vlastnému stavu nekonečného fotonického kryštálu. Pre vlastné stavy preto musí platiť podmienka

$$\mathrm{Tr}\,\mathbf{M}_{\mathrm{TE}}^{\mathrm{per}} = \Lambda_1 + \Lambda_2 = e^{iq\ell} + e^{-iq\ell} = 2\cos q\ell \tag{2.10}$$

Stopu matice $\mathbf{M}_{\mathrm{TE}}^{\mathrm{per}}$ môžeme vyjadriť zo vzťahu (2.7)

$$\mathrm{Tr}\,\mathbf{M}_{\mathrm{TE}}^{\mathrm{per}} = \Gamma_{\mathrm{TE}} = 2\cos\phi_a\cos\phi_b - \left[\chi + \frac{1}{\chi}\right]\sin\phi_a\sin\phi_b \tag{2.11}$$

kde $\chi = \chi_{\mathrm{TE}} = \mu_2 k_{z1}/\mu_1 k_{z2}$ je dané vzťahom (1.64). Podmienka voľného šírenia vlny je preto ekvivalentná podmienke

$$|\Gamma_{\mathrm{TE}}| \le 2 \tag{2.12}$$

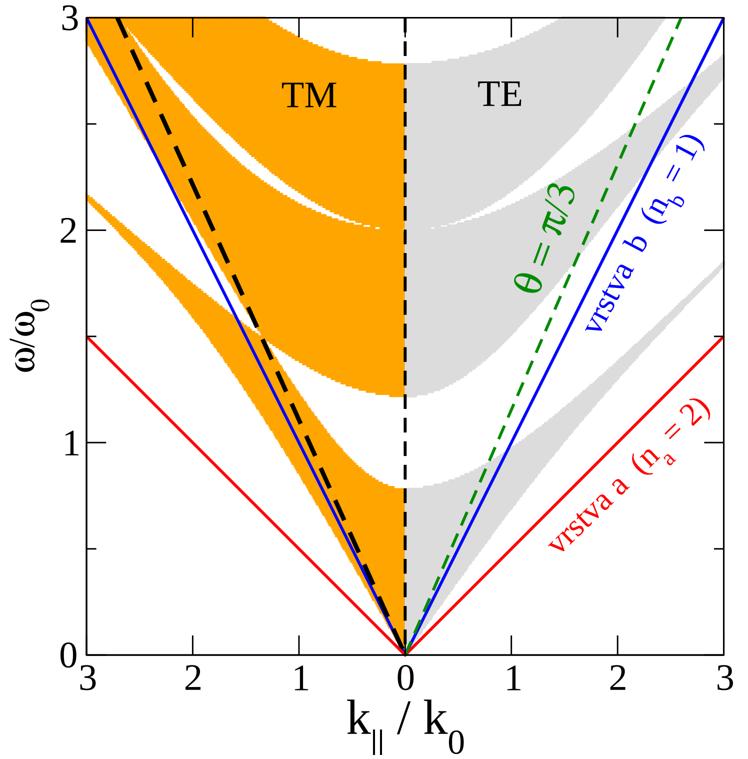
Pre TM polarizáciu dostaneme ekvivalentný vzťah

$$|\Gamma_{\mathrm{TM}}| \le 2 \tag{2.13}$$

kde Γ_{TM} je opäť vyjadrená vzťahom (2.11) s parametrom $\chi = \chi_{\mathrm{TM}} = \epsilon_2 k_{z1}/\epsilon_1 k_{z2}$ definovaným vzťahom (1.65)

Rovnice (2.12) a (2.13) nám umožňujú nájsť frekvenčné spektrum fotonického kryštálu. Už na prvý pohľad vidíme, že v spektre fotonického kryštálu sa budú vyskytovať zakázané frekvencie. Pre každé reálne číslo totiž platí nerovnosť

$$\chi + \frac{1}{\chi} \ge 2 \tag{2.14}$$



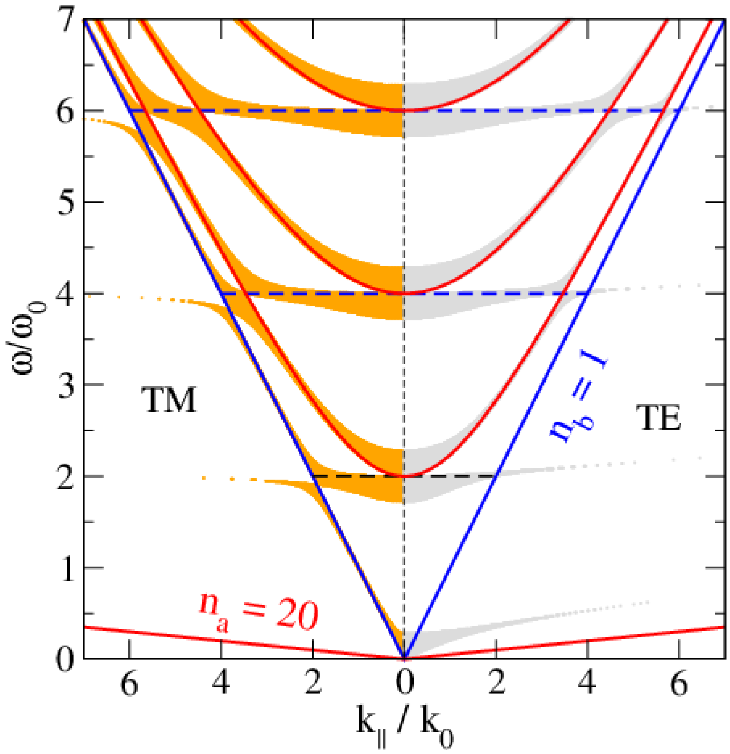
Obr. 2.3. Pásová štruktúra jednorozmerného fotonického kryštálu. Indexy lomu jednotlivých vrstiev sú $n_a = 2$ a $n_b = 1$. Frekvencia ω_0 je daná vzťahom (2.4), $k_0 = \omega_0/c$. Na horizontálnej osi je pomer $k_{\|}/k_0$, ktorý definuje smer šírenia vlny (rovnica 2.2). Ľavá časť obrázku zodpovedá TM polarizácii, pravá TE polarizácii. Tmavé oblasti zodpovedajú hodnotám frekvencie a $k_{\|}$, pre ktoré sa štruktúrou môže šíriť EM vlna. Vyznačené sú aj svetelné kužele pre jednotlivé vrstvy. Ak sa v obrázku pohybujeme pod určitým uhlom (napríklad pod uhlom $\theta = \pi/3$), nájdeme oblasti povolených a zakázaných frekvencií. Prípad $k_{\|} = 0$ zodpovedá šíreniu vlny v smere kolmom na rozhrania medzi vrstvami. TM polarizovaná vlna šíriaca sa pod Brewsterovým uhlom (hrubá prerušovaná čiara) sa môže kryštálom šíriť pre každú frekvenciu, pretože pri dopade na rozhranie pod Brewsterovým uhlom nedochádza k odrazu.

preto zo vzťahu (2.11) vidíme, že podmienky (2.12) a (2.13) nemôžu byť splnené pre všetky frekvencie EM vlny.

K zostrojeniu spektra jednorozmerného fotonického kryštálu stačí v rovine parametrov $(k_{\|}/k_0, \omega/\omega_0)$ vyznačiť všetky body, v ktorých sú splnené podmienky (2.12) pre TE polarizáciu alebo (2.13) pre TM polarizáciu. Výsledkom je obrázok 2.3 pre *quarter stack* štruktúru s indexami lomu $n_a = 2$ a $n_b = 1$.

Z obrázku vidíme, že v prípade TE polarizácie dostaneme pre každý smer šírenia EM vlny intervaly zakázaných frekvencií. Všimnime si, že EM vlna sa môže šíriť štruktúrou aj keď jej frekvencia leží mimo svetelného kužeľa dielektrika jednej zo zložiek FK (v našom prípade vrstiev b s indexom lomu $n_b = 1$). Taká vlna pozostáva vo vrstve s nižším indexom lomu zo superpozície exponenciálnych funkcií $\epsilon^{\pm\kappa_b z}$.

Obrázok 2.4 zobrazuje frekvenčné spektrum *quarter stack* fotonického kryštálu s vyšším kontrastom indexov lomu $n_a = 1$, $n_b = 20$. V súlade s naším očakávaním, zakázané pásy sú podstatne širšie a povolené pásy sú užšie. V opačnej limite $n_a/n_b \to 1$ zakázané pásy,



Obr. 2.4. Pásová štruktúra jednorozmerného fotonického kryštálu s indexami lomu $n_a = 20$ a $n_b = 1$. Vyšší kontrast medzi vrstvami vytvorí širšie zakázané pásy. V limite nekonečného kontrastu $n_a \to \infty$ bude podmienka $|\Gamma| \leq 2$ splnená, len ak $\sin\phi_a = 0$ alebo $\sin\phi_b = 0$. Tieto podmienky sú splnené len pre frekvencie $\omega = 2m\omega_0$ (prerušované vodorovné čiary) a pre frekvencie $\omega = \omega_0\sqrt{4m^2 + (k_\parallel/k_0)^2}$ (hyperboly vyznačené plnou čiarou). V limite $n_a/n_b \to \infty$ sa preto povolené frekvenčné pásy zredukujú na čiary. Pre konečné hodnoty n_a/n_b sa pásy rozšíria, ako je vidieť na obrázku.

samozrejme, zaniknú.

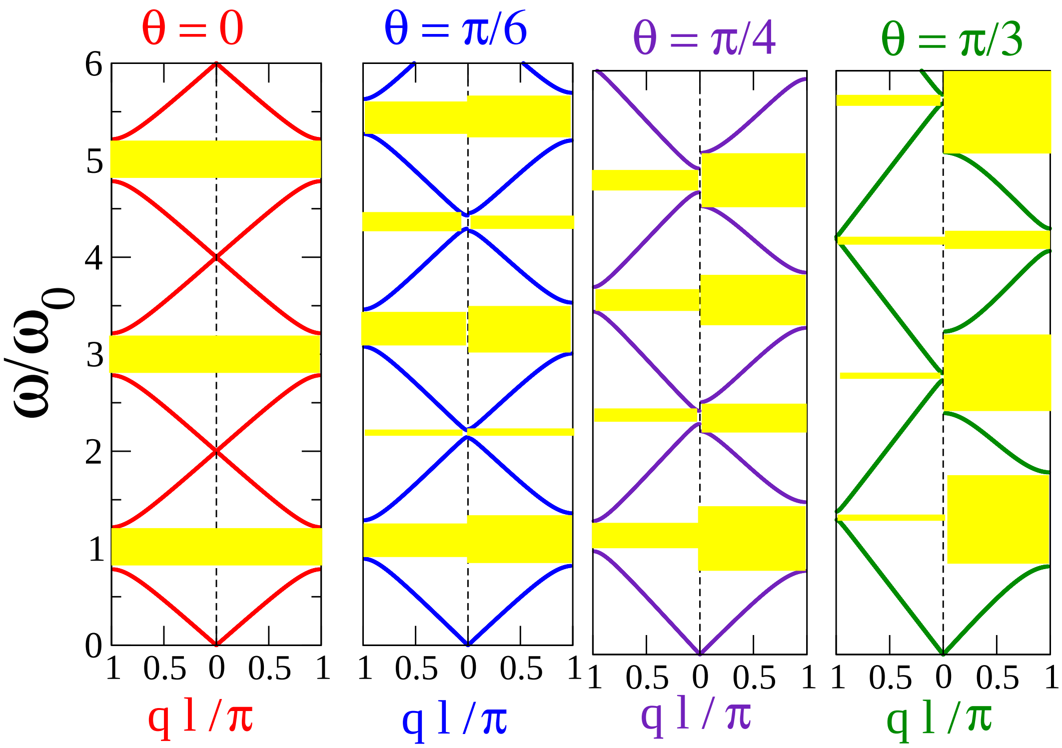
Disperzný vzťah

V predchádzajúcej časti sme videli, že vlastné stavy periodického fotonického kryštálu môžeme charakterizovať reálnym parametrom q, ktorý určuje vlastné hodnoty prechodovej matice $\mathbf{M}_{\mathrm{TE}}^{\mathrm{per}}$, definovanej vzťahom (2.7). Parameter q má fyzikálny význam z-komponenty vlnového vektora a charakterizuje priestorové rozloženie EM vlny vo fotonickom kryštáli. Každej reálnej hodnote q teda zodpovedá vlastný stav EM poľa. Zodpovedajúcu frekvenciu ω nájdeme z disperzného vzťahu

$$\Gamma_{\mathrm{TE}}(\omega) = 2\cos q\ell \qquad (\ell = \ell_a + \ell_b) \tag{2.15}$$

Funkcia Γ_{TE} je daná vzťahom (2.11) a závisí od frekvencie prostredníctvom fáz $\phi_a = k_{za}\ell_a$ a $\phi_b = k_{zb}\ell_b$, pretože

$$k_{za} = \frac{\omega}{c} n_a \cos\theta_a, \qquad k_{zb} = \frac{\omega}{c} n_b \cos\theta_b \tag{2.16}$$



Obr. 2.5. Disperzný vzťah jednorozmerného fotonického kryštálu (*quarter stack*) pre rôzne smery šírenia elektromagnetickej vlny. Ľavá časť každého obrázku zodpovedá TM polarizácii, pravá TE polarizácii. Indexy lomu jednotlivých vrstiev sú $n_a = 2$ a $n_b = 1$. Uvedený uhol zodpovedá smeru šírenia vlny vo vrstve b. Frekvencia ω_0 je daná vzťahom (2.4).

Vlastný stav fotonického kryštálu teda vieme charakterizovať trojicou parametrov: dvoma zložkami vlnového vektora $k_\|$ a q a frekvenciou ω.

Z rovnice (2.15) vyplýva, že pri hľadaní vlastných frekvencií sa môžeme obmedziť na prvú Brillouinovu zónu

$$-\frac{\pi}{\ell} \leq q \leq +\frac{\pi}{\ell} \tag{2.17}$$

Zmena vlnového vektora o ktorýkoľvek vektor recipročnej mriežky

$$G_n = \frac{2\pi}{\ell}n, \quad (n = \pm 1, \pm 2, \dots) \tag{2.18}$$

totiž nemení disperzný vzťah (2.15), pretože

$$\cos(q + G_n)\ell \equiv \cos q\ell \tag{2.19}$$

Na druhej strane, pre každú hodnotu q z intervalu (2.17) dostaneme z rovnice (2.15) nekonečne veľa vlastných frekvencií ω_n $(n = 1, 2, \dots)$. Vlastná frekvencia ω_n prislúcha n-tému frekvenčnému pásu v spektre fotonického kryštálu.

Numericky vypočítané disperzné vzťahy pre niektoré vybrané smery šírenia EM vlny

$$\omega_n = \omega_n(q) \tag{2.20}$$

sú zobrazené na obr. 2.5. Všimnime si, že na hranici pásu je grupová rýchlosť v smere z nulová

$$v_g = \frac{\partial \omega(q)}{\partial q} = 0 \tag{2.21}$$

čo je typické pre jednorozmerné modely.

Priestorové rozloženie EM poľa

Vlastným hodnotám matice $\mathbf{M}_{\mathrm{TE}}^{\mathrm{per}}$ zodpovedajú vlastné vektory charakterizujúce vlastné stavy fotonického kryštálu. Znamienko $\pm q$ zodpovedá dvom smerom šírenia energie vo FK (pre nenulovú hodnotu $k_\parallel$ sa energia, samozrejme, šíri aj v smere rovnobežnom s rozhraniami).

Pre vlastné stavy prechodovej matice platí

$$\begin{pmatrix} E_q^+(z+\ell) \\ E_q^-(z+\ell) \end{pmatrix} = \mathbf{M}_{\mathrm{TE}}^{\mathrm{per}} \begin{pmatrix} E_q^+(z) \\ E_q^-(z) \end{pmatrix} = e^{\pm iq\ell} \begin{pmatrix} E_q^+(z) \\ E_q^-(z) \end{pmatrix} \tag{2.22}$$

čo je v súlade s Blochovou teorémou, podľa ktorej vlastné stavy EM poľa vo FK sú vyjadrené súčinom exponenciálnej funkcie e^{iqz} a periodickej funkcie $e_q(z)$

$$E_q(z) = e_q(z)\, e^{\pm iqz}, \qquad\qquad e_q(z+\ell) = e_q(z) \tag{2.23}$$

Pre dané hodnoty q a ω nájdeme vlastné vektory matice $\mathbf{M}_{\mathrm{TE}}^{\mathrm{per}}$ a z nich rozloženie elektrického poľa v jednotlivých vrstvách.

Vlnová rovnica

Disperzný vzťah a priestorové rozloženie poľa môžeme nájsť aj riešením vlnovej rovnice (1.34), resp. (1.27) s okrajovou podmienkou

$$E_{qn}(z+\ell) = e^{iq\ell} E_{qn}(z) \tag{2.24}$$

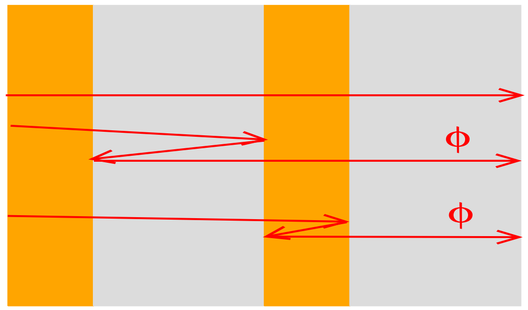
a požiadavkou spojitosti elektrickej a magnetickej intenzity na rozhraní medzi dvoma vrstvami [19]. Pre každý smer šírenia EM vlny (definovaný hodnotou zložky vlnového vektora $k_\parallel$ rovnobežnej s rozhraniami medzi vrstvami) a pre každý vlnový vektor q nájdeme z vlnovej rovnice všetky vlastné frekvencie ω_n a im zodpovedajúce vlastné funkcie $E_{qn}(z)$.

2.2 Zakázaný pás

Braggov rozptyl

Uvažujme kolmý prechod elektromagnetickej vlny cez fotonický kryštál. Pre jednoduchosť sa v ďalšom texte obmedzíme na prípad *quarter stack* štruktúry. Ako vidieť z obrázku 2.6, vlna sa môže mnohokrát odraziť od niektorého rozhrania. Prechádzajúca vlna je preto superpozíciou mnohonásobne odrazených vĺn, a jej amplitúda závisí od rozdielu fáz, s ktorými sa tieto vlny v danom bode stretnú.

Na obrázku 2.6 sú ukázané tri najjednoduchšie procesy, ktoré vo fotonickom kryštáli môžu nastať. Pre frekvenciu ω_0, definovanú vzťahom (2.4) je fázový rozdiel medzi vlnou, prechádzajúcou bez odrazov, a odrazenou vlnou $\Phi = \pi$. Vlna, ktorá prešla systémom priamo, je preto



Obr. 2.6. Prechod elektromagnetickej vlny cez fotonický kryštál (*quarter stack*). Indexy lomu sú $n_a = 2$, $n_b = 1$, hrúbky vrstiev spĺňajú vzťah $\ell_a n_a = \ell_b n_b$. Vyznačené sú tri základné procesy prechodu vlny: odrazené vlny v oboch vrstvách sa líšia od voľne prechádzajúcej vlny fázou Φ.

v protifáze s vlnami, ktoré absolvovali odraz v jedinej vrstve. Preto sa výsledná vlna interferenciou zoslabuje a očakávame, že vlna sa cez fotonický kryštál nebude šíriť. Na obr. 2.3 naozaj vidíme, že frekvencia ω_0 leží v zakázanom páse. Naopak, pre párne násobky $\omega_{2m} = 2m\omega_0$ sa všetky prechádzajúce vlny interferenciou zosilnia. Tieto frekvencie zodpovedajú povoleným frekvenciám. Zakázané frekvenčné pásy sú teda dôsledkom interferencie rovinných vĺn mnohonásobne odrazených od jednotlivých rozhraní. V závislosti od pomeru priestorovej periódy ℓ a vlnovej dĺžky λ sa tieto vlny alebo zosilnia, alebo zoslabia.

Šírka zakázaného pásu závisí od kontrastu medzi indexami lomu $s = n_a/n_b$. Pre malé hodnoty s budú zakázané pásy úzke a v limite $s \to 1$ zaniknú. Naopak, s narastajúcim kontrastom s sa zakázané pásy rozširujú a oblasti povolených frekvencií zužujú (obr. 2.4). Dá sa ukázať, že v limite $s \to \infty$ sú povolené frekvencie vlastných stavov dané vzťahmi

$$\omega = 2m\omega_0 \tag{2.25}$$

a

$$\omega = \omega_0\sqrt{4m^2 + (k_\parallel/k_0)^2} \tag{2.26}$$

ktoré sú vyznačené na obrázku 2.4.

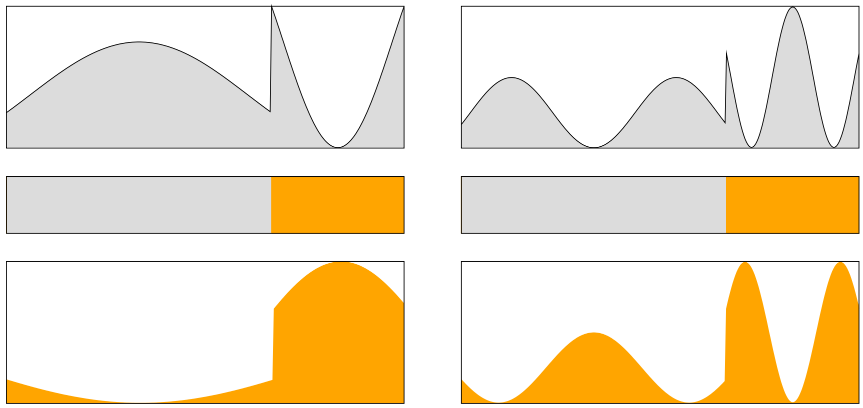
Matematicky môžeme vyššie uvedené argumenty podporiť z explicitného vyjadrenia funkcie Γ. Pre kolmý dopad a quarter stack štruktúru sa Γ redukuje na tvar

$$\Gamma = 2\cos^2\phi/2 + \left[\chi + \frac{1}{\chi}\right]\sin^2\phi/2, \qquad \phi = 2\phi_a = 2\phi_b \tag{2.27}$$

pretože fázový rozdiel prechádzajúcej a dvakrát odrazenej vlny na obr. 2.6 je $\phi = 2\phi_a = 2\phi_b$. Ak $\phi = (2m+1)\pi$, potom $|\Gamma| = |\chi + \chi^{-1}| \geq 2$, a teda prechod cez fotonický kryštál nie je možný. Naopak, ak $\phi = 2m\pi$, je $\Gamma = 2$, čo zodpovedá prechádzajúcej vlne.

Vlastné stavy na hranici zakázaného pásu

Uvažujme dva stavy s tým istým vlnovým vektorom $q = \pi/\ell$ zodpovedajúce najvyššej frekvencii spodného pásu a najnižšej frekvencii vyššieho pásu. V oboch stavoch je elektrické aj magnetické



Obr. 2.7. Hustota elektrickej energie (2.28) pre frekvencie na hranici prvých dvoch zakázaných pásov (vlnový vektor $q = \pi/\ell$) [19]. Pozdĺžna zložka vlnového vektora $k_{\|} = 0$, preto sú $\vec{E}$ aj $\vec{H}$ rovnobežné s rozhraniami medzi vrstvami. Spodné (vrchné) obrázky zodpovedajú frekvenciám na dolnej (hornej) hranici zakázaného pásu, prostredné obrázky znázorňujú polohu jednotlivých vrstiev (pretože uvažujeme *quarter stack*, má užšia vrstva vyšší index lomu). Vľavo: prvý zakázaný pás. Pre dolný stav je elektrická energia skoncentrovaná väčšinou v oblasti s vyššou permitivitou. Naopak, pre horný stav je elektrická energia vypudená do oblasti s nižšou permitivitou, pretože tieto stavy majú rôznu frekvenciu a musia byť na seba ortogonálne v súlade s rovnicami (1.30) a (1.31). Pravé obrázky zobrazujú priestorové rozdelenie hustoty energie na dolnej, resp. hornej hranici druhého zakázaného pásu. Nespojitosť hustoty elektrickej energie na hranici medzi dvoma vrstvami plynie zo vzťahu (2.28) a z podmienky spojitosti elektrickej intenzity E na rozhraní medzi vrstvami (rovnica 1.53).

pole periodické s periódou $\lambda = 2\ell$. Napriek tomu sa priestorové rozdelenie poľa v rámci jednej bunky v oboch stavoch podstatne líši. Na obrázku 2.7 je zobrazená hustota elektrickej energie

$$w_E(z) = \frac{1}{4}\epsilon(z)|E(z)|^2 \tag{2.28}$$

ako funkcia polohy z vlastných stavov s frekvenciami na hraniciach prvého a druhého zakázaného pásu [19]. Vidíme, že hoci oba stavy majú tú istú priestorovú periódu, priestorové rozloženie elektrického poľa v oboch stavoch je odlišné. Rozdiel je najvýraznejší v prípade stavov na hranici prvého zakázaného pásu: pre stav na dolnom okraji zakázaného pásu je elektrické pole skoncentrované do vrstvy s vyššou permitivitou. Preto sa dolný pás v literatúre označuje ako *dielektrický*. Naopak, stav na hornom okraji zakázaného pásu má elektrické pole skoncentrované väčšinou vo vrstve s nižšou permitivitou. Preto sa druhý pás označuje ako *vzduchový (air)* pás. Priestorové rozdelenie EM poľa na hraniciach vyšších zakázaných pásov je zložitejšie. Z obrázku 2.7 ale vidieť, že sa oba stavy snažia zaujať vzájomne sa vylučujúce oblasti fotonického kryštálu. To zodpovedá predpokladu ich ortogonality definovanej rovnicami (1.30) a (1.31).

2.3 Fotonická vrstva

V praxi sa s nekonečne rozťahlým fotonickým kryštálom nikdy nestretneme. Viac nás zaujíma periodická štruktúra konečnej dĺžky a väzba medzi EM poľom mimo fotonickej vrstvy a poľom v jej vnútri. Táto interakcia, samozrejme, súvisí s možným rozložením EM poľa vo vnútri fotonickej vrstvy. Pre dostatočne širokú fotonickú vrstvu môžeme predpokladať, že priestorové rozloženie poľa vo vrstve je približne dané vlastnými stavmi EM poľa v nekonečnom fotonickom kryštáli. Možnosti väzby medzi EM poľom vo vrstve a mimo nej preto môžeme odhadnúť z vlastností vlastných stavov fotonického kryštálu.

Koeficient prechodu EM vlny cez fotonickú vrstvu

Ak na konečnú vrstvu dopadá EM vlna z vonkajšieho prostredia, môžeme nájsť koeficienty odrazu a prechodu. Úloha je analogická výpočtu koeficientu prechodu vlny cez rozhranie, musíme ale nájsť zodpovedajúcu maticu prechodu ako súčin matíc prechodu pre jednotlivé rozhrania a vrstvy medzi nimi.

Pre vrstvu dĺžky

$$L = N\ell \tag{2.29}$$

musíme zostrojiť prechodovú maticu pre proces

1	prechod z vonkajšieho prostredia cez prvé rozhranie
2	$N-1$ prechodov cez periódu vrstvy
3	prechod cez poslednú vrstvu a_N
4	prechod cez rozhranie $a_N \to b_N$
5	prechod cez vrstvu b_N
6	prechod cez rozhranie b_N do okolitého prostredia

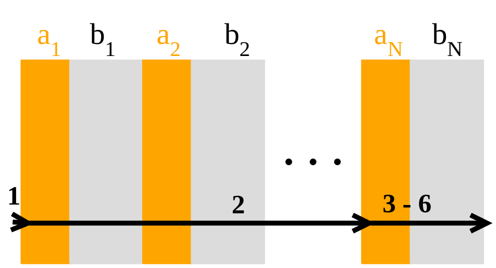
schematicky znázornený na obr. 2.8.

Na obr. 2.9 je zobrazený koeficient prechodu EM vlny cez fotonické štruktúry konečnej dĺžky $N = 10$ a $N = 50$ periód. Už aj pre konečnú vrstvu $(N = 10)$ je možné identifikovať zakázané pásy ako intervaly frekvencií, v ktorých je koeficient prechodu T malý a s narastajúcim počtom vrstiev exponenciálne klesá.

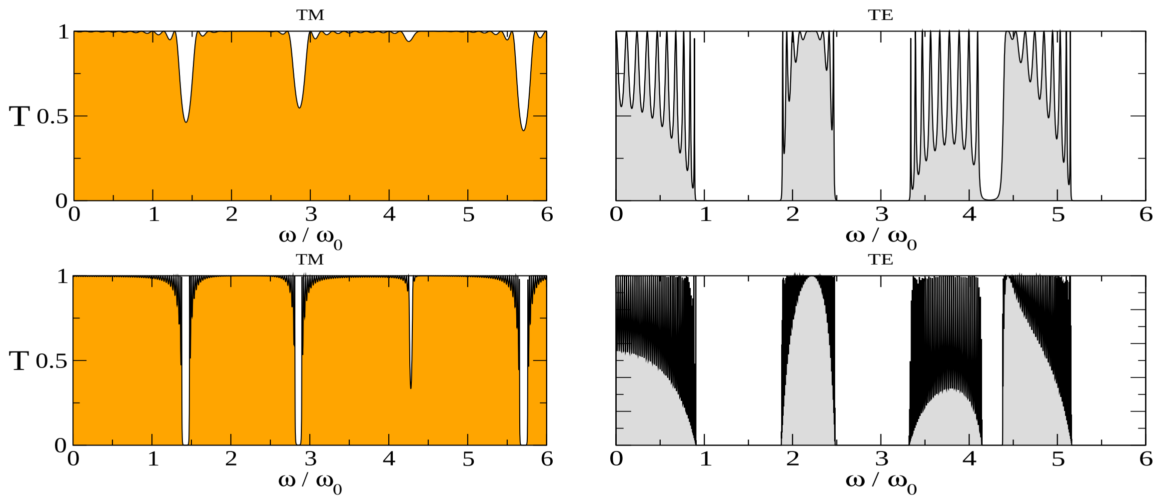
Vzhľadom na konečnosť fotonickej štruktúry vidíme, že v intervaloch povolených frekvencií nie je T rovné jednej, ale osciluje v závislosti od frekvencie. Hodnoty $T = 1$ zodpovedajú frekvencii, pre ktorú je dĺžka štruktúry rovná celočíselnému násobku vlnovej dĺžky $\lambda = 2\pi/q$:

$$N\ell = \frac{\lambda}{2}n, \qquad n = 1, 2, \dots, N \tag{2.30}$$

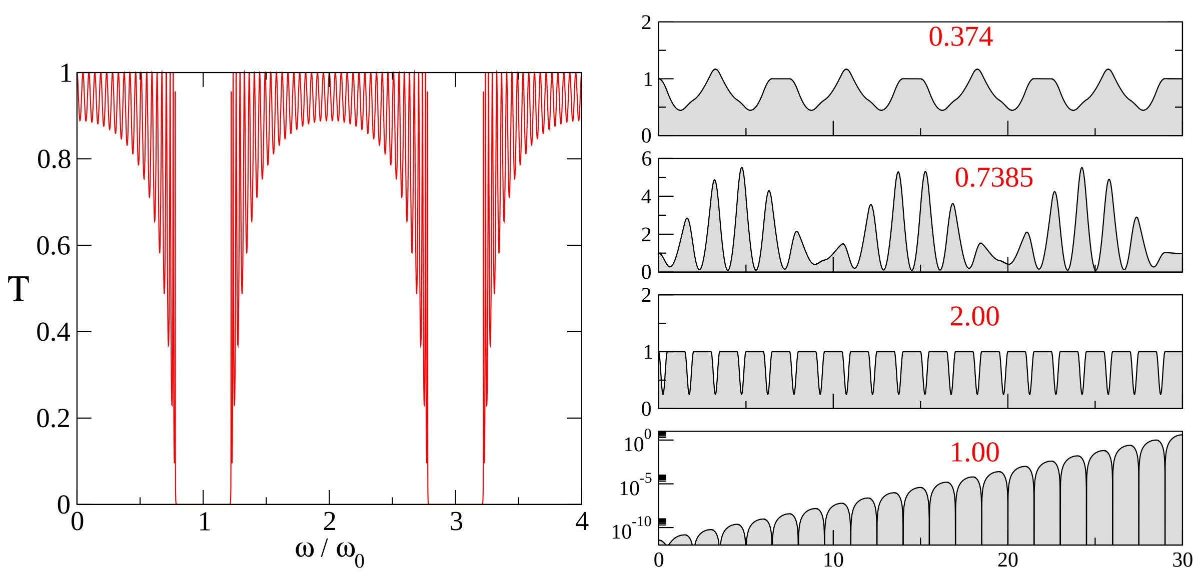
tak isto ako pri interferencii EM vlny na tenkej vrstve.



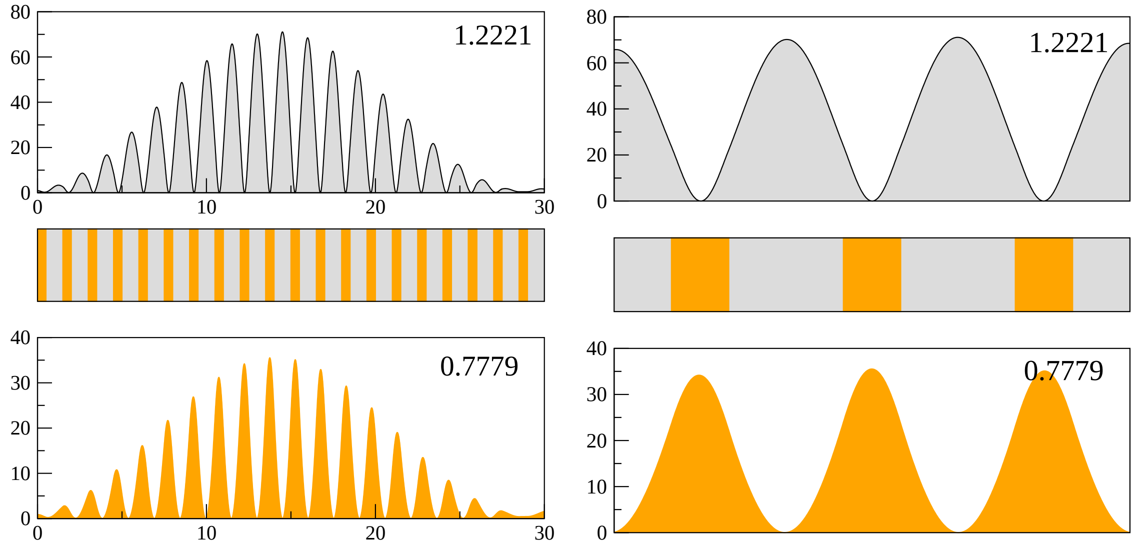
Obr. 2.8. Schematický výpočet prechodovej matice pre N vrstiev ab.



Obr. 2.9. Prechod EM cez fotonickú vrstvu pozostávajúcu z $N = 10$ periód (hore), a $N = 50$ periód (dole). Indexy lomu $n_a = 2$, $n_b = 1$. Smer šírenia vlny je daný uhlom $\theta = \theta_b = \pi/3$. Konečný rozmer vrstvy spôsobí oscilácie koeficientu prechodu T v oblasti povolených frekvencií. Tieto oscilácie sú dobre viditeľné pre TE polarizáciu (pravé obrázky). Poloha maxím je daná podmienkou (2.9). Na druhej strane vlna môže prechádzať vrstvou aj v oblasti zakázaného pásu, pokiaľ je vrstva dostatočne úzka. Preto je pre TM polarizáciu zakázaný pás viditeľný len pre dostatočne veľký počet opakovaní vrstiev. Získanú polohu zakázaných pásov môžeme porovnať s disperzným vzťahom na pravom obrázku 2.5.



Obr. 2.10. Ľavý obrázok zobrazuje koeficient prechodu T ako funkciu frekvencie pre fotonickú vrstvu dĺžky $N = 20$ vrstiev a pre kolmý dopad. Indexy lomu vrstiev sú $n_a = 1$, $n_b = 2$. Hrúbky vrstiev sú $\ell_a = 1$, $\ell_b = \ell_a/2$, takže celková hrúbka vrstvy je $20(\ell_a + \ell_b) = 30$. Na obrázkoch vpravo vidíme $|E|^2$ ako funkciu polohy pre štyri hodnoty frekvencie (zhora nadol) $\omega/\omega_0 = 0,374$, 0,7385, 2,00 a 1,00. Vlna sa šíri sprava doľava. Prvé dve frekvencie zodpovedajú prípadom $n = 8$ a $n = 17$ v rovnici (2.30). Pre $\omega/\omega_0 = 1$ (obrázok vpravo dole) sa vlna vo fotonickej vrstve nemôže šíriť, preto intenzita elektrického poľa $|E|$ vo vnútri fotonickej vrstvy exponenciálne zaniká.



Obr. 2.11. Ľavý obrázok zobrazuje priestorové rozloženie intenzity elektrického poľa $|E|^2$ vlny prechádzajúcej naprieč konečnou fotonickou vrstvou s $N = 20$ vrstvami. Frekvencia dopadajúcej EM vlny je $\omega = 1,2221\,\omega_0$ (hore) a $\omega = 0,7779\,\omega_0$ (dole). Koeficient transmisie je pre obe vlny rovnaký: $T = 0,897$. Obe frekvencie zodpovedajú tej istej vlnovej dĺžke. Vlna s vyššou frekvenciou je však prevažne lokalizovaná vo vrstvách b s *nižším* indexom lomu ($n_b = 1$), zatiaľ čo maximá elektrického poľa pre nižšiu frekvenciu nájdeme vo vrstvách s *vyšším* indexom lomu ($n_a = 2$). Pravý obrázok zobrazuje detail ľavého pre $11,5 \le z \le 16$, teda v prostriedku fotonickej vrstvy. Priestorové rozloženie poľa súhlasí s rozložením energie v nekonečnom FK (obr. 2.7).

Pre zakázané frekvencie očakávame, že vlna vo vnútri vrstvy exponenciálne klesá so vzdialenosťou od rozhrania. Preto ak je vrstva dostatočne hrubá, dostaneme úplný odraz od povrchu vrstvy. Pre tenšie vrstvy môže malá časť energie pretunelovať na druhú stranu, ako vidieť na obr. 2.9.

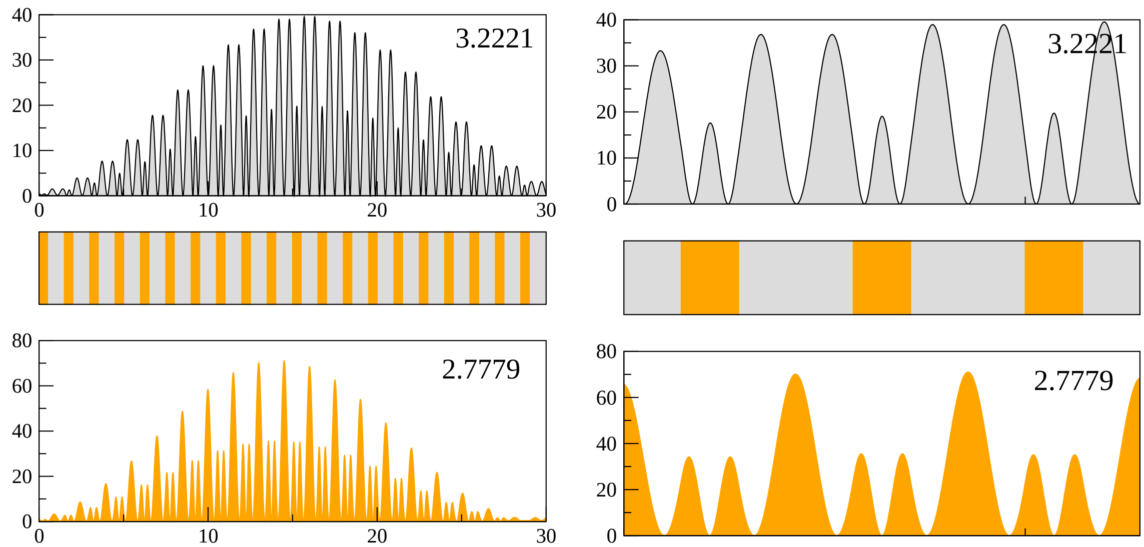
Priestorové rozdelenie elektrického poľa

Na pravom obrázku 2.10 je zobrazená priestorová závislosť $|E(z)|^2$ vo vnútri fotonickej vrstvy dĺžky $L = 20\ell$. Frekvencia ω prechádzajúcej EM vlny je volená tak, aby koeficient prechodu cez fotonickú vrstvu bol rovný jednej. Pravý horný obrázok zodpovedá frekvencii $\omega = 0,374\,\omega_0$ a vlnovej dĺžke $\lambda = 5\ell = L/4$ ($n = 8$ v rovnici 2.30). Profil EM vlny sa na 20-tich periódach naozaj štyrikrát opakuje. Nižší obrázok zodpovedá $n = 17$ a frekvencii $\omega = 0,7385\,\omega_0$ ($n = 17$). Zaujímavý je prípad $\omega = 2\omega_0$ (tretí obrázok).

Na poslednom obrázku vidíme rozloženie EM vlny v prípade $\omega = \omega_0$. Pretože táto frekvencia leží v zakázanom páse, dopadajúca EM vlna sa vo fotonickej vrstve nemôže šíriť. Môže však cez vrstvu pretunelovať, pretože vrstva má konečnú hrúbku. Amplitúda vlny preto exponenciálne klesá smerom dovnútra vzorky.

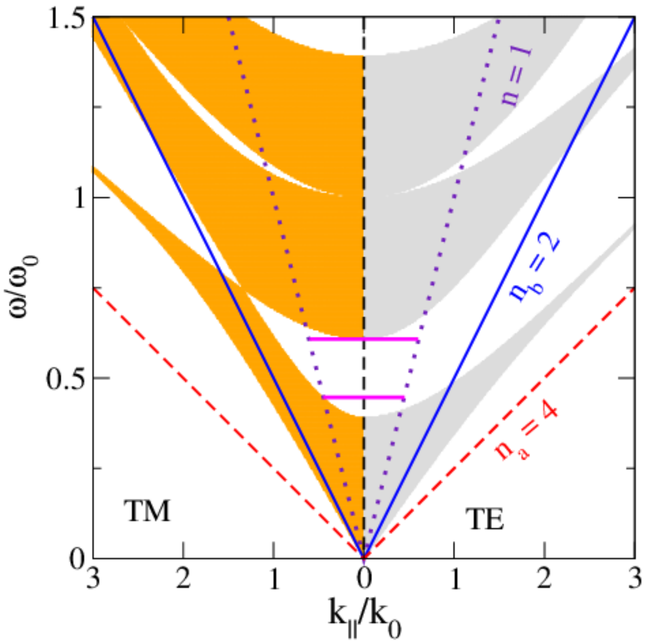
Hranica zakázaného pásu

Na ľavom obrázku 2.11 je zobrazené rozloženie elektrického poľa $|E|^2$ pre frekvencie $\omega_1 = 0,7779\,\omega_0$ a $\omega_2 = 1,2221\,\omega_0$, ležiace na dolnej a hornej hranici zakázaného pásu. Pre tieto



Obr. 2.12. Rozloženie poľa $|E^2|$ na hraniciach druhého zakázaného pásu. Rozloženie elektrického poľa v prostriedku vzorky (ďaleko od okrajov fotonickej vrstvy) zobrazené na pravom obrázku dobre korešponduje s rozložením hustoty elektrickej energie v nekonečnom fotonickom kryštáli zobrazenej na obr. 2.7.

frekvencie nadobúda koeficient prechodu maximálne hodnoty blízke jednotke. Obe vlny majú rovnakú hodnotu vlnového vektora $q = \pi/\ell$ a rovnakú vlnovú dĺžku $\lambda = 2\ell$, ale priestorové rozloženie poľa je rôzne: pre nižšiu frekvenciu ω_1 sa pole „usadí" prevažne vo vrstve a s vyšším indexom lomu, zatiaľ čo pre frekvenciu ω_2 je pole lokalizované prevažne vo vrstvách b s nižším indexom lomu. To súhlasí s rozložením elektrickej energie v *nekonečnom* fotonickom kryštáli (obr. 2.7). Na rozdiel od vlastných stavov fotonického kryštálu, ukázaných na obr. 2.7, ktoré zodpovedajú stojatým (nepohybujúcim sa) vlnám, obrázky 2.11 zobrazujú vlnu, ktorá postupuje naprieč fotonickou vrstvou. Podobné, ale zložitejšie priestorové rozloženie poľa dostaneme aj pre druhý zakázaný pás (obr. 2.12).



Obr. 2.13. Frekvenčné spektrum fotonického kryštálu s vrstvami a a b s indexami lomu $n_a = 4$ a $n_b = 2$. Spektrum je také isté ako na obr. 2.3, ale pretože indexy lomu oboch vrstiev sú preškálované faktorom 2, sú teraz všetky frekvencie dvakrát menšie. Bodkovaná, plná a prerušovaná čiara znázorňujú svetelné kužele materiálov s indexom lomu $n = 1$, ktorý zodpovedá okolitému prostrediu, a indexami n_b a n_a jednotlivých vrstiev. Z obrázku vidieť, že prvý zakázaný pás je úplný, pretože existuje konečný interval frekvencií, v ktorom fotonický kryštál nemá žiadny vlastný stav ležiaci v svetelnom kuželi okolitého prostredia. Dopadajúca EM vlna s frekvenciou z úplného pásu sa nemôže naviazať na žiadny vlastný stav FK a musí sa odraziť.

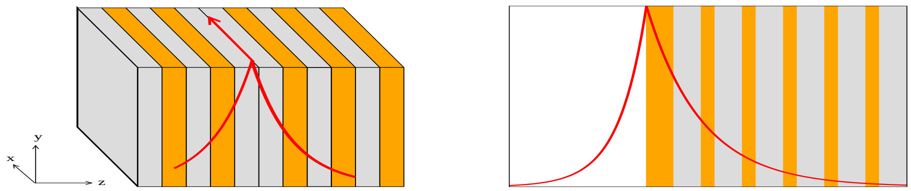
Úplný zakázaný pás

Pre praktické aplikácie sú zaujímavé fotonické štruktúry, ktoré majú tzv. úplný zakázaný pás. Pre frekvencie z tohto pásu nastáva úplný odraz dopadajúcej EM vlny nezávisle od polarizácie a od uhla jej dopadu. Fotonický kryštál sa vtedy správa ako dokonalé zrkadlo, napriek tomu, že je zostrojený z dielektrických vrstiev.

Z obrázku 2.4 vidíme, že fotonická vrstva, ktorej nižší index lomu $n_b = 1$ sa rovná indexu lomu okolitého prostredia, nikdy nebude dokonalým zrkadlom. Vždy totiž prepustí minimálne TM polarizovanú vlnu dopadajúcu pod Brewsterovým uhlom. Tomu sa dá vyhnúť, ak indexy lomu jednotlivých vrstiev preškálujeme tou istou konštantou, napríklad

$$n_b = 2, \qquad n_a = 4 \tag{2.31}$$

a fotonickú vrstvu umiestnime do prostredia s indexom lomu nižším ako n_b tak, aby Brewsterov uhol pre rozhranie ab ležal mimo svetelného kužeľa okolitého prostredia [20]. Frekvenčné spektrum a poloha úplného zakázaného pásu sú zobrazené na obr. 2.13.



Obr. 2.14. Schematický profil lokalizovaného stavu viazaného na poruchy periodickej mriežky (vľavo) a povrchového stavu lokalizovaného na povrchu fotonického kryštálu s porušenou okrajovou vrstvou (vpravo). Oba stavy sú lokalizované v smere periodicity, môžu sa ale pohybovať pozdĺž poruchy (v smere osi y.)

2.4 Porucha periodickej štruktúry

Z hľadiska praktického využitia fotonických kryštálov je dôležité porozumieť, ako sa zmení frekvenčné spektrum a koeficient prechodu, ak sa vo FK objaví porucha. Najjednoduchší prípad poruchy nastane, ak vo vnútri FK vynecháme jednu vrstvu. Vznikne štruktúra

$$\dots abab \dots ababbaba \dots bababa \dots \tag{2.32}$$

Pretože náš FK je jednorozmernou štruktúrou, pridanie akejkoľvek poruchy spôsobí, že sa v každom zakázanom páse objaví jedna „prímesná” frekvencia. Jej hodnota je daná topológiou poruchy a jej permitivitou. V nekonečnom kryštáli bude táto frekvencia reprezentovať priestorovo lokalizovaný stav: EM pole bude exponenciálne klesať so vzdialenosťou od polohy prímesi. Prímesný stav sa teda nemôže šíriť naprieč fotonickým kryštálom, môže sa ale pohybovať pozdĺž poruchy (obr. 2.14).

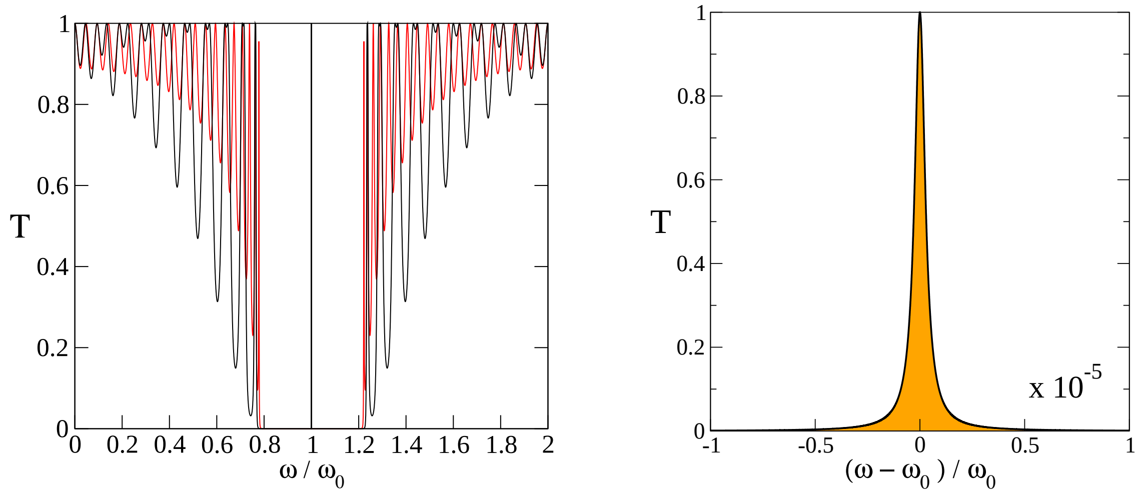
Povrchové stavy

Špeciálnym prípadom poruchy periodickej štruktúry je porucha lokalizovaná priamo na hranici FK. Napríklad na pravom obr. 2.14 má hraničná vrstva a dvojnásobnú hrúbku. Ako dôsledok poruchy periodickej štruktúry vznikne v spektre FK prímesný stav, ktorý sa ale nemôže šíriť naprieč kryštálom. Pokiaľ jeho frekvencia leží mimo svetelného kužeľa dielektrika, ktoré s FK hraničí, nemôže sa prímesný stav šíriť ani v dielektriku. Intenzita poľa preto exponenciálne klesá so vzdialenosťou od rozhrania. Vlna sa šíri len pozdĺž rozhrania.

Pretože disperzný vzťah povrchového stavu leží mimo svetelného kužeľa okolitého prostredia, nemôže sa viazať na EM vlny prichádzajúce z okolia.

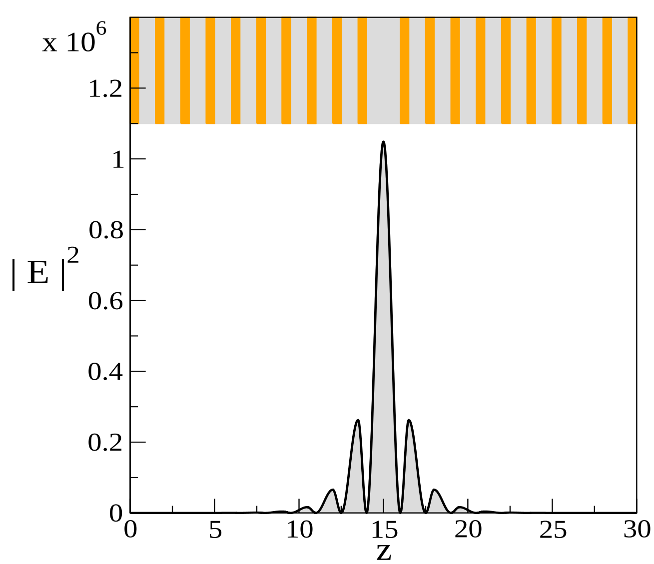
Priestorová porucha vo fotonickej vrstve

Zaujímavejšia situácia nastáva, ak prímes umiestnime do fotonickej vrstvy konečnej hrúbky. Hoci vlastný stav viazaný na prímes exponenciálne klesá so vzdialenosťou od prímesi, vďaka konečnej hrúbke vrstvy dosahuje až po hranicu fotonickej vrstvy. Mení sa preto na metastabilný stav s konečnou dobou života τ. Vlastné stavy viazané na priestorové prímesi sa môžu viazať na dopadajúce EM vlny. Preto môžu podstatne ovplyvniť prechod EM vlny naprieč fotonickou štruktúrou.



Obr. 2.15. Koeficient prechodu T pre fotonickú štruktúru s jednou lokálnou poruchou, ktorá vznikla zdvojením jednej vrstvy b v prostriedku (fotonická vrstva je zobrazená na hornej časti obr. 2.16). Indexy lomu sú $n_a = 2$, $n_b = 1$. Vľavo je koeficient prechodu ako funkcia frekvencie. Podstatnou zmenou v porovnaní s neporušenou vrstvou (obr. 2.10) je existencia prímesnej hladiny v prostriedku pásu. Pravý obrázok zobrazuje detailný tvar frekvenčnej závislosti koeficientu prechodu T v okolí frekvencie $\omega = \omega_0$. Pretože štruktúra je symetrická aj po pridaní prímesi, T dosahuje hodnotu 1 pre rezonančnú frekvenciu, ale klesá na malé hodnoty už pri malej zmene frekvencie. Šírka maxima súvisí s hrúbkou fotonickej vrstvy. Keby bola porucha umiestnená asymetricky (bližšie k niektorému okraju vrstvy), bol by koeficient prechodu vyjadrený rovnicou (2.38) a jeho maximum by bolo menšie ako 1.

Na ľavom obrázku 2.15 je ukázaný koeficient prechodu EM cez fotonickú vrstvu s pries-



Obr. 2.16. Priebeh intenzity elektrického poľa $|E|^2$ vo vnútri štruktúry pri prechode elektromagnetickej vlny s frekvenciou $\omega = \omega_0$. Všimnite si, že vertikálna os je škálovaná faktorom 10^6. Intenzita poľa teda dosahuje v oblasti poruchy výrazné maximum.

torovou poruchou lokalizovanou v prostriedku vrstvy. Vplyvom prímesi sa v zakázanom páse objavilo rezonančné maximum koeficientu prechodu. V našom prípade je prímes umiestnená presne v strede fotonickej vrstvy. Preto, ako odvodíme v nasledujúcej časti 2.5, je koeficient prechodu pre dopadajúcu vlnu s frekvenciou rovnou frekvencii prímesného stavu presne rovný jednej a frekvenčnú závislosť $T(\omega)$ v bezprostrednom okolí rezonancie môžeme vyjadriť Lorentzovou krivkou (pravý obr. 2.15)

$$T(\omega) = \frac{(2/\tau)^2}{(\omega-\omega_0)^2 + (2/\tau)^2} \tag{2.33}$$

Prímesný stav teda spôsobí, že vo frekvenčnej závislosti koeficientu prechodu naprieč fotonickou vrstvou vznikne maximum koeficientu prechodu, pozorované v každom zakázanom páse (ľavý obr. 2.15). Vzhľadom na konečnú dobu života prímesného stavu sa prímesná hladina rozšíri na frekvenčný pás šírky

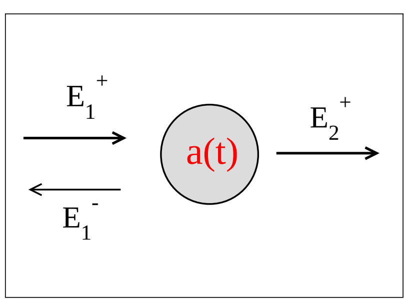
$$\Delta\omega = \tau^{-1} \tag{2.34}$$

Šírka pásu závisí od vzdialenosti prímesi od okraja vzorky.

Na obrázku 2.16 vidíme rozloženie elektrickej intenzity vo vnútri vzorky s prímesou. Všimnime si, že ide o tú istú frekvenciu $\omega = \omega_0$, pre ktorú sme v neporušenej fotonickej vrstve našli exponenciálny pokles poľa. Vplyvom prímesi sa priestorový profil poľa diametrálne zmenil: $|E|^2$ má v mieste prímesi výrazné maximum a pole exponenciálne klesá so vzdialenosťou od prímesi.

2.5 Interakcia EM vlny s vlastným módom

Frekvenčnú závislosť koeficientu prechodu EM vlny cez FK s prímesou odvodíme z predpokladu lineárnej väzby medzi viazaným stavom a dopadajúcou vlnou. Predpokladajme, že vlastný stav viazaný na prímes má vlastnú frekvenciu ω_0. Hoci amplitúda $a(t)$ viazaného stavu exponenciálne klesá so vzdialenosťou od prímesi, predsa dosahuje až po hranicu fotonickej vrstvy. Vlastný stav sa preto môže vyžiariť do prostredia. Vo všeobecnom prípade prímesi lokalizovanej v ľubovoľnom mieste štruktúry (teda nie v prostriedku), bude doba života viazaného stavu určená dvoma



Obr. 2.17. Schéma interakcie dopadajúcej vlny s vlastným módom fotonickej štruktúry. Mód $a(t)$ má konečnú dobu života. Rozpadá sa dvoma kanálmi (vľavo a vpravo). Dopadajúca vlna E_1^+ sa môže odraziť alebo prejsť cez štruktúru. Okrem toho môže excitovať vlastný mód. Vzájomná interakcia excitovaného módu a prechádzajúcej vlny podstatne ovplyvní konečné amplitúdy prechodu a odrazu vlny.

časmi τ_1 a τ_2, ktoré charakterizujú možnosť úniku viazaného stavu cez ľavú alebo pravú stranu fotonickej vrstvy.

Prechod EM vlny cez fotonické štruktúry sme analyzovali v časti 1.5. Ak dopadajúca EM vlna môže excitovať vlastný mód štruktúry (prímesný stav), potom je prechod EM vlny cez štruktúru ovplyvnený aj interakciou vlny s týmto módom. V lineárnom priblížení sú dopadajúca, E_1^+, prechádzajúca a odrazená (E_2^+ a E_1^-) vlna zviazané s amplitúdou viazaného stavu $a(t)$ rovnicami

$$\begin{aligned} \frac{\partial a}{\partial t} &= -i\omega_0 a - \frac{a}{\tau_1} - \frac{a}{\tau_2} + \sqrt{\frac{2}{\tau_1}} E_1^+ \\ E_1^- &= r\, E_1^+ + \sqrt{\frac{2}{\tau_1}}\, a \\ E_2^+ &= t\, E_1^+ + \sqrt{\frac{2}{\tau_2}}\, a \end{aligned} \tag{2.35}$$

Prvá rovnica opisuje časový vývoj vlastného módu $a(t)$, definovaný vlastnou frekvenciou, dobami života τ_1 a τ_2, a väzbou na dopadajúce EM pole. Dve ďalšie rovnice dávajú amplitúdy odchádzajúcich vĺn E_1^- a E_2^+. Parametre r a t sú amplitúdy odrazu a prechodu cez štruktúru v prípade, keď sa viazaný stav neexcituje ($a \equiv 0$). Voľba ostatných koeficientov vyplýva zo symetrie modelu vzhľadom na časovú inverziu [1, 32].

Ak je dopadajúca vlna harmonická, $E_1^+ e^{-i\omega t}$, potom všetky amplitúdy v rovniciach (2.35) majú tú istú časovú závislosť $\sim e^{-i\omega t}$. Prvú rovnicu preto môžeme prepísať do tvaru

$$\left[i(\omega_0 - \omega) + \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2} \right] a = \sqrt{\frac{2}{\tau_1}} E_1^+ \tag{2.36}$$

a zo získaných lineárnych rovníc môžeme nájsť koeficient prechodu a odrazu dopadajúcej EM vlny

$$T = \left| \frac{E_2^+}{E_1^+} \right|^2, \qquad R = \left| \frac{E_1^-}{E_1^+} \right|^2 \tag{2.37}$$

Samozrejme, $T \neq |t|^2$, pretože k prechodu prispieva aj väzba viazaného módu s dopadajúcou vlnou. V špeciálnom prípade, keď systém bez prímesi je nepriehľadný ($t = 0$), alebo je absolútna hodnota amplitúdy prechodu $|t|$ bez asistencie viazaného stavu zanedbateľne malá, dostaneme koeficient prechodu

$$T(\omega) = \frac{4/\tau_1 \tau_2}{(\omega - \omega_0)^2 + (\tau_1^{-1} + \tau_2^{-1})^2} \tag{2.38}$$

Pre prímes lokalizovanú presne v prostriedku vzorky je $\tau_1 = \tau_2$ a z rovnice (2.38) dostaneme Lorentzovu krivku (2.33), zobrazenú na pravom obrázku 2.15.

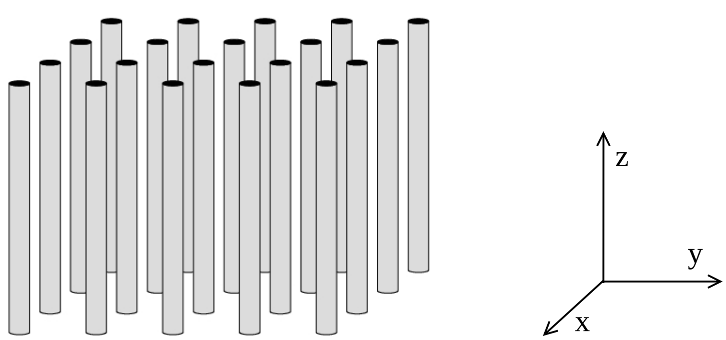
V kapitole 5 sa stretneme so všeobecnejším prípadom $t \neq 0$, kedy má rezonančná závislosť $T(\omega)$ zložitejší tvar (Fanove rezonancie).

KAPITOLA 3

Dvojrozmerný fotonický kryštál

Dvojrozmerný fotonický kryštál je dielektrická štruktúra, v ktorej permitivita $\epsilon(\vec{r}, z)$ je periodickou funkciou polohy v rovine xy ($\vec{r} = (x, y)$) a nezávisí od z. Príkladom takej štruktúry je pravidelná mriežka nekonečne dlhých dielektrických tyčiek rovnobežných s osou z (obrázok 3.1), alebo naopak, dielektrický materiál s pravidelne rozmiestnenými otvormi. Podobne ako v prípade jednorozmerného kryštálu predpokladáme, že elektromagnetické vlny s vlnovou dĺžkou porovnateľnou s priestorovou periódou sa v dvojrozmernom fotonickom kryštáli nebudú môcť šíriť. V 2D je však úloha nájsť zakázané frekvencie zložitejšia ako v 1D. Predovšetkým, FK môže mať rôzne priestorové periódy v rôznych smeroch. Poloha zakázaných pásov vo frekvenčnom spektre bude preto podstatným spôsobom závisieť od smeru šírenia vlny.

Podmienky šírenia EM vlny vo FK závisia aj od polarizácie. V tomto texte bude, v súlade s konvenciou zavedenou v knihe [1], TE polarizovaná vlna reprezentovať vlnu s intenzitou elektrického poľa $\vec{E}$ orientovanou v rovine xy a TM polarizovaná vlna bude mať magnetické pole $\vec{H}$ v rovine xy. V špeciálnom prípade vlny šíriacej sa kolmo na os z bude v TM polarizovanej vlne vektor $\vec{E}$ rovnobežný s osou z a naopak, v TE polarizovanej vlne je s osou z rovnobežný



Obr. 3.1. Dvojrozmerný fotonický kryštál. Dielektrické tyčky s polomerom r sú pravidelne usporiadané v rovine xy a nekonečne dlhé v smere z.

vektor $\vec{H}$. Pretože kryštál je translačne invariantný v smere z, sú obe polarizácie od seba nezávislé a môžeme ich študovať samostatne.

V predchádzajúcej kapitole sme videli, že vlastné stavy fotonického kryštálu charakterizujeme vlnovým vektorom $\vec{q}$. V 2D fotonických kryštáloch bude dvojrozmerný vektor $\vec{q}$ ležať v rovine xy. Tretia zložka, k_z, je rovnobežná s osou z. Pre jednoduchosť položíme v celej kapitole $k_z \equiv 0$. Pre opis vlastností FK musíme k danému vlastnému vektoru nájsť vlastné frekvencie ω_n a priestorové rozloženie EM poľa.

3.1 Frekvenčné spektrum a symetria fotonického kryštálu

Periodická priestorová štruktúra, reciproký priestor

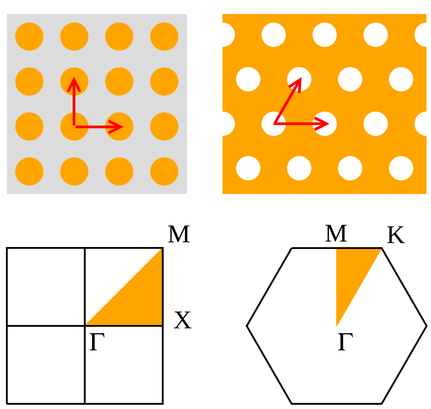
Základnou symetriou dvojrozmerného FK je priestorová periodicita. Ak $\vec{a}_1$ a $\vec{a}_2$ sú dva základné vektory posunutia také, že nekonečný FK zostane nezmenený po zámene $\vec{r} \to \vec{r} + \vec{a}_{1,2}$ (obr. 3.2), potom sa priestorové rozloženie permitivity nezmení ani po posunutí o ľubovoľný vektor

$$\vec{a} = \alpha_1 \vec{a}_1 + \alpha_2 \vec{a}_2 \tag{3.1}$$

kde konštanty α_1 a α_2 sú celé čísla. Zavedieme ešte tretí vektor $\vec{a}_3 = (0, 0, 1)$ a pomocou neho vyjadríme dva základné vektory *reciprokého priestoru* [13]

$$\vec{b}_1 = 2\pi \frac{\vec{a}_2 \times \vec{a}_3}{\vec{a}_1 \cdot (\vec{a}_2 \times \vec{a}_3)}, \qquad \vec{b}_2 = 2\pi \frac{\vec{a}_3 \times \vec{a}_1}{\vec{a}_2 \cdot (\vec{a}_3 \times \vec{a}_1)} \tag{3.2}$$

Každému vlastnému stavu s vlnovým vektorom $\vec{q}$ zodpovedá bod v reciprokom priestore. Všetky



Obr. 3.2. Hore: typické periodické štruktúry so štvorcovým (vľavo) a hexagonálnym (vpravo) priestorovým usporiadaním. Šípky reprezentujú vektory elementárnej translácie $\vec{a}_1 = (a, 0, 0)$ $\vec{a}_2 = (0, a, 0)$ pre štvorcovú a $\vec{a}_1 = (a, 0, 0)$ $\vec{a}_2 = a(1/2, \sqrt{3}/2, 0)$ pre hexagonálnu mriežku. Ostatné vektory translácie dostaneme z rovnice (3.1). Dole: zodpovedajúce Brillouinove zóny v reciprokom priestore. Vďaka dodatočným symetriám mriežky (napr. vzhľadom na zrkadlenie) sa môžeme pri výpočte frekvenčného spektra obmedziť len na malú – vyšrafovanú – časť Brillouinovej zóny. Vyznačené body zodpovedajú vlnovým vektorom $\vec{q} = (q_x, q_y)$: $\Gamma = (0, 0)$, $X = (0, \pi/a)$, $M = (\pi/a, \pi/a)$ pre štvorcovú a $\Gamma = (0, 0)$, $M = (2\pi/a)(0, 1/\sqrt{3})$, $K = (2\pi/a)(1/3, 1/\sqrt{3})$ pre hexagonálnu štruktúru [1, 2, 13].

základné vektory reciprokej mriežky môžeme vyjadriť ako lineárnu kombináciu dvoch základných vektorov $\vec{b}_1$ a $\vec{b}_2$:

$$\vec{G} = \beta_1 \vec{b}_1 + \beta_2 \vec{b}_2 \tag{3.3}$$

(β_1 a β_2 sú ľubovoľné celé čísla). V reciprokom priestore skonštruujme *prvú Brillouinovu zónu (BZ)* [13]: ak z bodu Γ ($\vec{q} = 0$) vyvedieme všetkými smermi základné vektory $\vec{b}$, potom prvú Brillouinovu zónu ohraničujú roviny kolmé na tieto vektory a prechádzajúce ich stredmi. [1] Ide o najväčšiu oblasť reciprokého priestoru, centrovanú v bode Γ, v ktorej vzdialenosť ľubovoľných dvoch bodov je menšia ako ktorýkoľvek vektor $\vec{G}$ daný rovnicou (3.3). Vlastné stavy poľa v dvojrozmernom fotonickom kryštáli potom môžeme charakterizovať dvojrozmerným vlnovým vektorom $\vec{q}$ z prvej Brillouinovej zóny na obr. 3.2. Vďaka ďalším symetriám FK sa pri výpočte frekvenčného spektra stačí obmedziť len na malú časť Brillouinovej zóny vyznačenej na obr. 3.2.

Rozvoj do rovinných vĺn (Plane Wave Expansion)

Frekvenčné spektrum dvojrozmerného fotonického kryštálu pre zvolený vlnový vektor $\vec{q}$ nájdeme numerickým riešením vlnovej rovnice (1.34), resp. (1.27). Z definície základných vektorov vidíme, že

$$\vec{a}_1 \cdot \vec{b}_1 = 2\pi, \qquad \vec{a}_2 \cdot \vec{b}_2 = 2\pi \tag{3.4}$$

a zároveň platia vzťahy $\vec{a}_1 \cdot \vec{b}_2 = 0$ a $\vec{a}_2 \cdot \vec{b}_1 = 0$. Preto sú dva stavy s vlnovými vektormi $\vec{q}$ a $\vec{q} + \vec{G}$, kde $\vec{G}$ je ľubovoľný vektor (3.3), ekvivalentné. Podľa Blochovej teorémy môžeme každý vlastný stav FK vyjadriť v tvare

$$\vec{H}(\vec{r}) = e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} \vec{h}(\vec{r}), \qquad \vec{E}(\vec{r}) = e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} \vec{e}(\vec{r}) \tag{3.5}$$

s priestorovo periodickými funkciami $\vec{h}(\vec{r})$ a $\vec{e}(\vec{r})$

$$\vec{h}(\vec{r} + \vec{a}) = \vec{h}(\vec{r}), \qquad \vec{e}(\vec{r} + \vec{a}) = \vec{e}(\vec{r}) \tag{3.6}$$

kde vektor $\vec{a}$ je ľubovoľný vektor (3.1). Jednou z metód riešenia vlnovej rovnice (1.27) je metóda rozvoja do rovinných vĺn (*Plane Wave Expansion - PWA*) založená na rozvoji intenzity magnetického poľa $\vec{H}(\vec{r})$ a permitivity $\epsilon(\vec{r})$ do Fourierovho radu:

$$\vec{H}(\vec{r}) = e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} \sum_{\vec{G}} h_{\vec{G}} e^{i\vec{G}\cdot\vec{r}} \tag{3.7}$$

a

$$\frac{1}{\epsilon(\vec{r})} = \sum_{\vec{G}} e_{\vec{G}} e^{i\vec{G}\cdot\vec{r}} \tag{3.8}$$

[1] Napríklad pre štvorcovú mriežku smerujú z bodu Γ vektory $\vec{b}_1 = (0, 2\pi/a)$, $\vec{b}_2 = (2\pi/a, 0)$ a vektory $-\vec{b}_1$ a $-\vec{b}_2$. Ku každému vektoru zostrojme rovinu, ktorá je naň kolmá a prechádza jeho stredom. Tieto roviny – definované vzťahmi $q_x = \pm\pi/a$ a $q_y = \pm\pi/a$ – ohraničia štvorec, ktorý definuje prvú Brillouinovu zónu (obr. 3.2). Pre vektory $\vec{q} = (q_x, q_y)$ z prvej BZ teda platí $|q_x| < \pi/a$, $|q_y| < \pi/a$.

kde $\vec{G}$ sú vektory reciprokej mriežky. Fourierov rad obsahuje nekonečné množstvo členov. Pri výpočte sa, samozrejme, obmedzíme na ich konečný počet N.

Po dosadení do rovnice (1.27) dostaneme maticovú rovnicu pre zložky intenzity magnetického poľa $\vec{h}_{\vec{G}}$

$$\sum_{\vec{G}'} e_{\vec{G}'-\vec{G}}(\vec{q}+\vec{G}') \times (\vec{q}+\vec{G}) \times \vec{h}_{\vec{G}'} = \frac{\omega^2}{c^2}\vec{h}_{\vec{G}} \tag{3.9}$$

s dodatočnou podmienkou

$$(\vec{q}+\vec{G}) \cdot \vec{h}_{\vec{G}} = 0 \tag{3.10}$$

ktorá zodpovedá Maxwellovej rovnici $\nabla \cdot \vec{H} = 0$.

Rovnica (3.9) sa podstatne zjednoduší pre dvojrozmerný FK s magnetickým poľom $\vec{H} = (0, 0, H)$ orientovaným v smere z (TE polarizované vlastné stavy)

$$\sum_{\vec{G}'} e_{\vec{G}'-\vec{G}}(\vec{q}+\vec{G}') \cdot (\vec{q}+\vec{G})\, h_{\vec{G}'} = \frac{\omega^2}{c^2}h_{\vec{G}} \tag{3.11}$$

Úloha sa zredukovala na nájdenie všetkých vlastných hodnôt a vlastných vektorov matice s rozmerom $N \times N$

$$\mathbf{M}_{\vec{G}\vec{G}'} = e_{\vec{G}'-\vec{G}}(\vec{q}+\vec{G}') \cdot (\vec{q}+\vec{G}) \tag{3.12}$$

Pre daný vlnový vektor $\vec{q}$ vypočítame N vlastných hodnôt matice, ktoré zodpovedajú vlastným frekvenciám $\omega_n(\vec{q})$ ($n = 1, 2, \dots, N$). V praxi nás zaujíma len niekoľko najnižších frekvenčných pásov. V takom prípade sa na hľadanie vlastných hodnôt používa numerický Lanczosov algoritmus, ktorý hľadá len najnižšie vlastné hodnoty veľkých matíc.

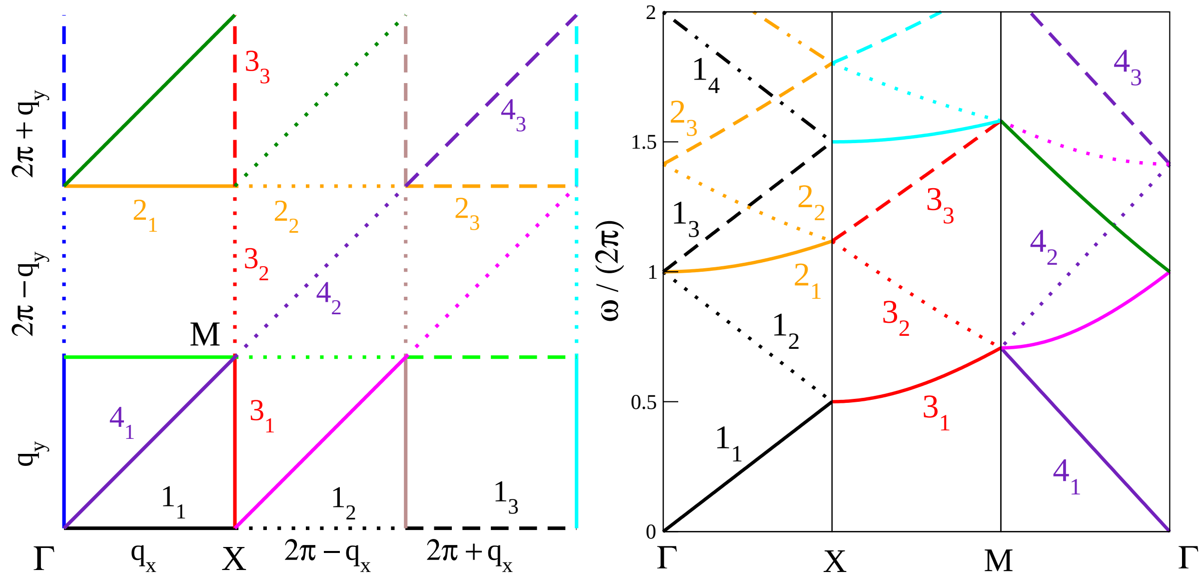
Metóda rozvoja do rovinných vĺn konverguje veľmi pomaly – pre presný výpočet len niekoľkých najnižších vlastných frekvencií je potrebné uvažovať relatívne vysoký počet $N \sim 10^2 - 10^3$ členov vo Fourierových radoch (3.7) a (3.8) [2].

Symetrie mriežky

Nebudeme uvádzať technické podrobnosti výpočtu frekvenčného spektra, odhadneme len, ako spektrum závisí od priestorovej periodicity a dodatočných symetrií štruktúry. Uvažujme štvorcovú mriežku zobrazenú na ľavom obrázku 3.2 s nekonečne tenkými dielektrickými tyčkami. Predpokladajme, že permitivita tyčiek sa len minimálne líši od permitivity materiálu medzi nimi, takže celá štruktúra je takmer homogénna. Má síce priestorovú periodicitu, danú prítomnosťou tyčiek, ale pretože tyčky sú nekonečne tenké, budú všetky zakázané pásy nekonečne úzke. Jednotlivé frekvenčné pásy preto môžeme v prvom priblížení vypočítať priamo z disperzného vzťahu pre vlnu v homogénnom prostredí,

$$\omega = v\, q \tag{3.13}$$

kde v je rýchlosť šírenia vlny.



Obr. 3.3. Spektrum dvojrozmerného kryštálu so štvorcovým usporiadaním v limite nekonečne tenkých tyčiek s permitivitou ϵ takmer rovnou jednotke. Mriežková konštanta $a = 1$. Systém je takmer homogénny, periodická štruktúra však umožňuje obmedziť sa na prvú Brillouinovu zónu. Na ľavom obrázku vidíme intervaly, na ktorých sa mení vlnový vektor $\vec{q}$. Pravý obrázok zobrazuje zodpovedajúce disperzné vzťahy. Priestorová nehomogenita je infinitezimálne malá, preto nevidíme žiadne zakázané pásy. Ich šírka v bodoch Γ, X a M je nekonečne malá.

Ak sa vlna šíri v smere x, má vlnový vektor ležiaci na čiare ΓX

$$\Gamma X: \qquad \vec{q} = (q_x, 0), \qquad 0 < q_x a < \pi \tag{3.14}$$

Disperzný vzťah v prvom frekvenčnom páse je preto lineárny

$$\omega_{1_1} = v|q_x|, \qquad 0 < |q_x| < \frac{\pi}{a} \tag{3.15}$$

Záporné znamienko q_x zodpovedá vlne šíriacej sa v opačnom smere. Vyššie pásy v smere ΓX dostaneme redukciou q_x do prvej Brillouinovej zóny: (položme pre jednoduchosť mriežkovú konštantu $a = 1$):

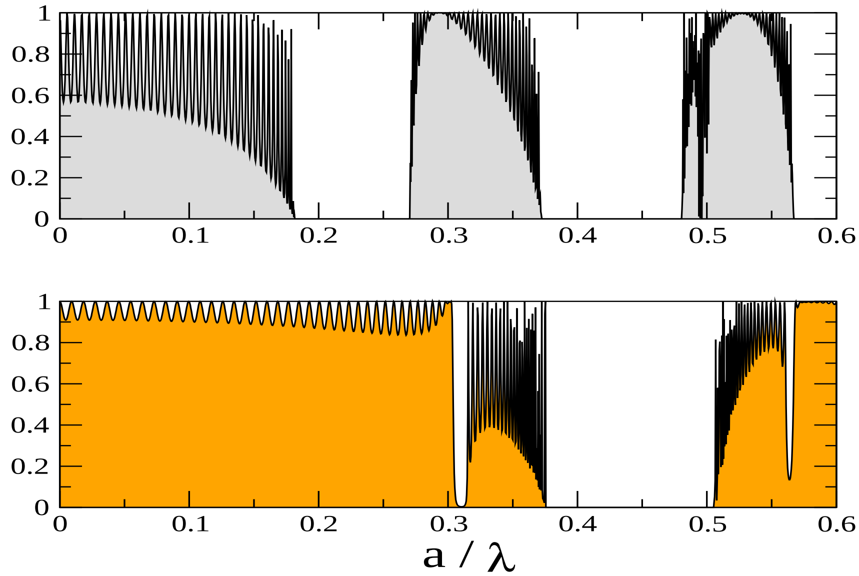
$$\begin{array}{llcll} \omega_{1_2} = v(2\pi - q_x) & \pi < & q_x & < 2\pi \\ \omega_{1_3} = v(2\pi + q_x) & 2\pi < & q_x & < 3\pi \\ \omega_{1_4} = v(4\pi - q_x) & 3\pi < & q_x & < 4\pi \end{array} \tag{3.16}$$

(priamky na pravom obr. 3.3).

Vektorom $(q_x, 0)$ sú ekvivalentné vektory $(q_x, 2\pi n)$, pretože tiež zodpovedajú vlne šíriacej sa v smere osi x. Danej hodnote q_x preto prináležia, okrem frekvenčných pásov (3.15) a (3.16) aj ďalšie pásy

$$\begin{array}{llcll} \omega_{2_1} = v\sqrt{q_x^2 + (2\pi n)^2} & 0 < & q_x & < \pi \\ \omega_{2_2} = v\sqrt{(2\pi - q_x)^2 + (2\pi n)^2} & \pi < & q_x & < 2\pi \\ \omega_{2_3} = v\sqrt{(2\pi + q_x)^2 + (2\pi n)^2} & 2\pi < & q_x & < 3\pi \end{array} \tag{3.17}$$

ukázané na obr. 3.3 pre $n = 1$.



Obr. 3.4. Koeficient transmisie cez dvojrozmerný fotonický kryštál zložený z dielektrických tyčiek polomeru $r = a/3$ a s permitivitou $\epsilon = 12$. Vzorka pozostávala z $N = 40$ vrstiev. EM vlna dopadá kolmo na vzorku. Najnižší zakázaný pás pre TM polarizáciu je $0,18 < a/\lambda < 0,27$.

Podobne skonštruujeme frekvenčné pásy pre smery XM a ΓM. Ostatné smery získame využitím symetrie fotonickej štruktúry: Napríklad naša vzorka je symetrická vzhľadom na

zrkadlenia	$x \to -x$	$y \to -y$
zámeny	$x \to y,\ y \to x$	$x \to -y, y \to -x$
rotácie o uhol	$\pm\pi/2$	π

Vďaka týmto symetriám majú niektoré módy s rôznymi hodnotami vektora $\vec{q}$ tú istú frekvenciu. Napríklad stavy $(-q_1, q_2)$, $q_1, -q_2)$, (q_2, q_1), $(-q_2, -q_1)$, $(q_2, -q_1)$, $(-q_2, q_1)$ a $(-q_1, -q_2)$ majú tú istú frekvenciu, ako stav (q_1, q_2),

3.2 Fotonická vrstva

Podobne ako v prípade jednorozmerného FK, aj v 2D FK môžeme počítať koeficient prechodu cez fotonickú vrstvu konečnej hrúbky.[2] Očakávame, že tak ako v prípade jednorozmerných FK, bude hodnota koeficientu prechodu závisieť predovšetkým od toho, či sa frekvencia dopadajúcej EM vlny nachádza v oblasti povolených frekvencií, alebo v niektorom zakázanom páse. Napríklad na obr. 3.4 je vypočítaný koeficient prechodu cez $N = 20$ radov dielektrických tyčiek. Frekvenčné intervaly, v ktorých je T malý, zodpovedajú zakázaným pásom v spektre FK.

[2] Výraz fotonická vrstva použijeme v tomto texte v dvoch rôznych významoch. V tejto kapitole je fotonická vrstva nekonečná v smere z, a konečná napr. v smere x. Zaujíma nás prechod EM vlny takouto vrstvou v rovine xy. V kapitole 5 sa budeme zaoberať fotonickými vrstvami, ktoré sú nekonečné v rovine xy a konečné v smere z a budeme sa zaujímať o prechod EM vlny prichádzajúcej zo smeru z.

Symetrie

Pri interakcii dopadajúcej EM vlny na FK môžeme vybudiť vo vnútri kryštálu len tie vlastné stavy, ktoré majú rovnakú symetriu ako dopadajúca vlna. Napríklad rovinná EM vlna, dopadajúca kolmo na povrch FK, je konštantná v rovine kolmej na smer šírenia. Je teda v oboch kolmých smeroch párnou funkciou a nemôže sa viazať na nepárne vlastné stavy fotonického kryštálu. V experimentálne získanej frekvenčnej závislosti koeficientu prechodu preto povolené frekvenčné pásy, zodpovedajúce nepárnym vlastným stavom, nepozorujeme [2, 5, 23]. Napríklad koeficient prechodu zobrazený na obr. 3.4 zodpovedá dopadajúcej rovinnej vlne

$$E_0 e^{ik_x x} \tag{3.18}$$

ktorá je homogénna v smere y. Takáto vlna sa môže viazať s vlastnými stavmi FK s vlnovým vektorom $(q_x, 0)$, $(q_x + 2\pi, 0)\ldots$, nemôže sa ale naviazať na vlastné stavy s vlnovým vektorom (q_x, π),[3] ležiacimi na úsečke XM (napr. so stavom 3_1 na obr. 3.3) pretože tie sú v smere y nepárne. Preto numerický výpočet koeficientu prechodu neumožňuje pozorovať frekvenčné pásy zodpovedajúce smeru XM.

Prechod EM vlny cez rozhranie fotonickej vrstvy

Ak v k-priestore skonštruujeme plochy konštantnej frekvencie $\omega(\vec{k}) =$ konšt., potom grupová rýchlosť $\vec{v}_g = \nabla\omega(\vec{k})$ má v každom bode $\vec{k}$ smer normály k tejto ploche. V najjednoduchšom prípade homogénneho a izotropného dielektrika s permitivitou ϵ sú plochy konštantnej frekvencie guľové,

$$\frac{\omega^2}{c^2}\epsilon = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 \tag{3.19}$$

preto grupová rýchlosť $\vec{v}_g = \nabla\omega(\vec{k})$ má smer normály k ploche konštantnej frekvencie a je rovnobežná s vlnovým vektorom $\vec{k}$ a s fázovou rýchlosťou $\vec{v}_f$. Ako vidíme na ľavom obrázku 3.5, je v tomto prípade smer šírenia energie, daný grupovou rýchlosťou, totožný so smerom vlnového vektora a prechod rovinnej EM vlny cez rozhranie medzi dvoma *homogénnymi izotropnými* prostrediami môžeme jednoducho opísať pomocou Snellovho zákona.

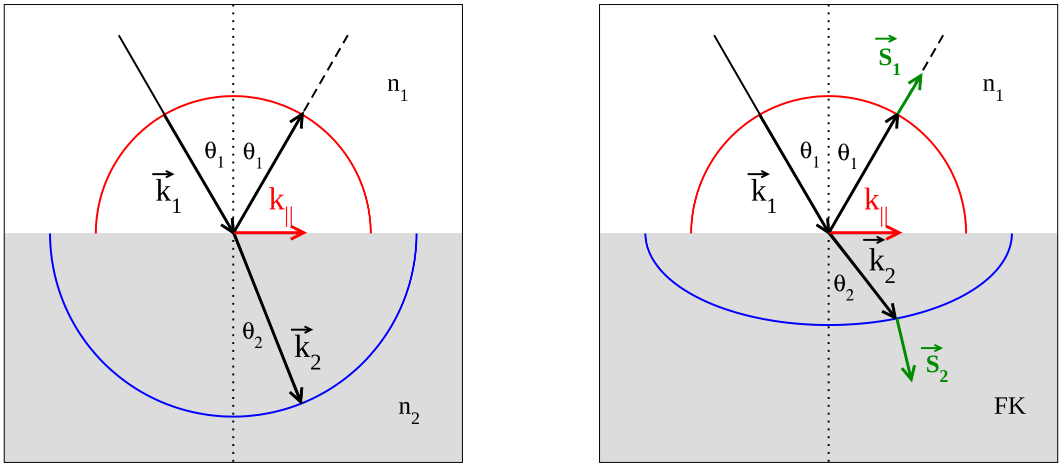
Vo fotonickom kryštáli je ale závislosť frekvencie ω od vlnového vektora oveľa zložitejšia. Výsledkom je to, že sa energia vo fotonickom kryštáli môže šíriť úplne iným smerom, ako je smer vlnového vektora (pravý obrázok 3.5). V niektorých prípadoch môže dokonca nastať záporný lom dopadajúcej EM vlny [21].

Difrakcia na povrchu fotonickej vrstvy

Okrem neštandardného smeru šírenia EM vlny môže na povrchu FK dôjsť k difrakcii dopadajúcej EM vlny. Predpokladajme, že povrch FK leží v rovine yz a vyjadrime disperzný vzťah dopadajúcej vlny v tvare

$$\frac{\omega^2}{c^2}\epsilon = k_\parallel^2 + k_x^2 \tag{3.20}$$

[3] Vlna s vlnovým vektorom $q_y = \pi$ sa v smere y nešíri – ide o stojatú vlnu.



Obr. 3.5. Vľavo: Snellov zákon pre prechod EM vlny cez rozhranie medzi dvoma dielektrikami. Plocha konštantnej frekvencie je v oboch dielektrikách guľová, smer šírenia energie je preto rovnaký ako smer vektora $\vec{k}$. Vpravo: ak má plocha konštantnej frekvencie v prostredí za rozhraním iný tvar ako guľový (čo je prípad fotonických kryštálov), bude smer šírenia vlny v druhom prostredí daný normálou k ploche konštantnej frekvencie, ktorý sa vo všeobecnosti líši od smeru vektora $\vec{k}_2$.

Ak má povrch FK priestorovú periodickú štruktúru, potom odrazená a prechádzajúca vlna môže mať zložku vlnového vektora paralelnú s rozhraním

$$\vec{k}'_{\|} = \vec{k}_{\|} + \vec{G} \tag{3.21}$$

líšiacu sa od $\vec{k}_{\|}$ o ľubovoľný vektor reciprokej mriežky $\vec{G}$ (orientovaný v smere y). Pre *dostatočne veľké* frekvencie dopadajúcej vlny sa preto od povrchu FK môžu odraziť aj vlny s vlnovými vektormi $(k'_{\|}, k'_x)$ s *reálnou* zložkou k'_x

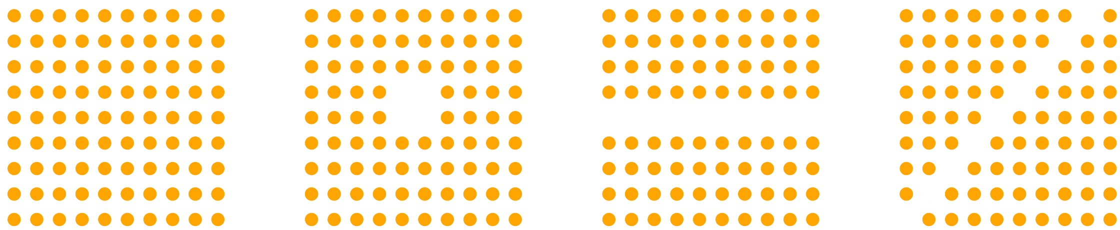
$$k'_x = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - (k'_{\|})^2} \tag{3.22}$$

Podobne môžu do vnútra fotonického kryštálu prechádzať vlny s rôznym hodnotami $k'_{\|}$.

3.3 Poruchy periodickej štruktúry

Ako sme videli na príklade jednorozmerného fotonického kryštálu, porucha periodickej štruktúry vytvorí v zakázanom páse izolované vlastné frekvencie, ktoré zodpovedajú viazaným stavom. Podobné vlastné stavy očakávame aj v dvojrozmerných fotonických kryštáloch. Na rozdiel od jednorozmerného FK však vlastná frekvencia viazaného stavu nemusí ležať v zakázanom páse, ale môže sa vyskytnúť aj vo vnútri niektorého povoleného pásu. V tom prípade zodpovedajúci vlastný stav nie je stabilný. Po excitácii sa jeho energia môže šíriť prostredím fotonického kryštálu. Ako uvidíme v kapitole 5, prítomnosť takéhoto metastabilného (*leaky*) stavu vo frekvenčnom spektre sa prejaví ako Fanova rezonancia vo frekvenčnej závislosti koeficientu prechodu.

Dvojrozmerná štruktúra umožňuje vytvárať poruchy rôznych typov. Niektoré sú zobrazené na obr. 3.6.



Obr. 3.6. Dvojrozmerný fotonický kryštál (vľavo) a tri typické poruchy periodickej štruktúry, zľava: Izolovaná porucha: ak do priestoru poruchy umiestnime zdroj elektromagnetických vĺn s frekvenciou ležiacou v zakázanom páse, zostane vyžiarená energia lokalizovaná v priestore poruchy. Dva pravé obrázky ukazujú dve rôzne lineárne poruchy. Vlastné stavy v lineárnej poruche sa môžu šíriť len pozdĺž poruchy a exponenciálne zanikajú v priestore fotonického kryštálu. Lineárna porucha tak predstavuje ideálny vlnovod. Poloha vlastných frekvencií závisí od šírky lineárnej poruchy a od vlnového vektora vlastného stavu.

Bodová porucha

Najjednoduchšia porucha v dvojrozmernom kryštáli vznikne vynechaním niekoľkých tyčiek (obr. 3.6). Podobne ako v prípade 1D kryštálu lokálna porucha spôsobí vznik prímesného stavu. Jeho frekvencia môže ležať v zakázanom páse - vtedy je stav priestorovo lokalizovaný.

Ak do lokálnej poruchy na druhom obrázku 3.6 zľava umiestnime zdroj EM žiarenia, môžeme z frekvenčného spektra odchádzajúcich vĺn identifikovať zakázaný pás [39]. Vlny s frekvenciou v oblasti zakázaného pásu totiž cez kryštál nepreniknú a v spektre odchádzajúcej vlny budú chýbať.

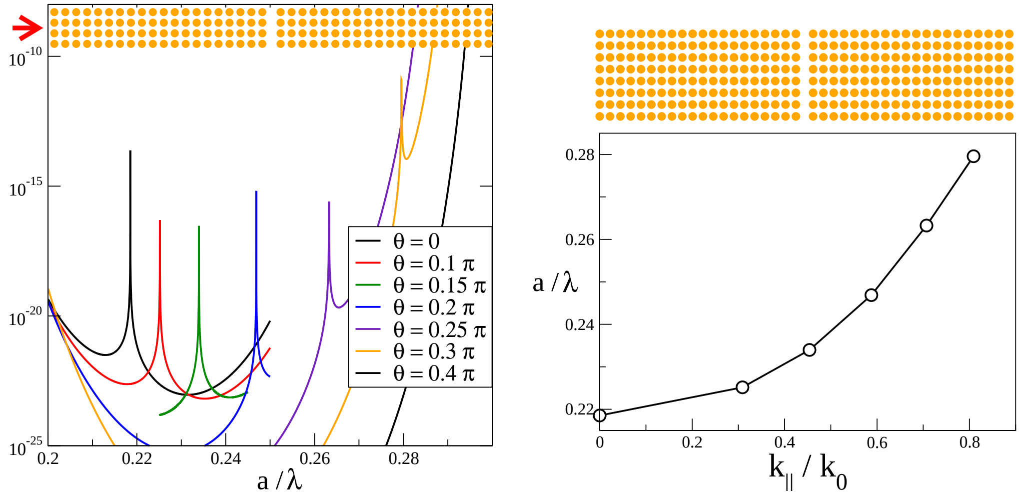
Viazaný stav sa ale môže šíriť v smere z (pozdĺž poruchy). Špeciálnym typom takejto poruchy je fotonické vlákno (obr. 5.2), ktorým sa budeme zaoberať v kapitole 5.

Lineárna porucha

V lineárnej poruche (pravé dva obrázky 3.6) sa môže šíriť viazaná EM vlna. Pretože jej frekvencia leží v zakázanom páse, intenzita poľa zaniká exponenciálne v oblasti mimo poruchy. Na rozdiel od bodovej poruchy, lineárna porucha umožňuje existenciu viazaných stavov rôznych frekvencií v závislosti od zložky vlnového vektora $k_{\|}$ rovnobežného s poruchou. Neprekvapí, že dve rôzne lineárne poruchy na obr. 3.6 majú rôzne disperzné vzťahy.

Na pravom obrázku 3.7 je numericky nájdený disperzný vzťah $\omega = \omega(k_{\|})$ pre lineárnu poruchu šírky $\Delta = 5a/3$ orientovanú pozdĺž osi x. Disperzný vzťah sme identifikovali z výpočtu transmisie EM vlny prechádzajúcej fotonickou vrstvou v smere priečnom k orientácii poruchy. EM vlna dopadala na rozhranie fotonickej vrstvy pod uhlom θ, ktorý definuje pozdĺžnu zložku vlnového vektora $k_{\|} = (\omega/c)\sin\theta$. Tak ako v 1D prípade sa v zakázanom páse objaví úzke frekvenčné maximum v koeficiente transmisie (ľavý obrázok 3.7), ktoré zodpovedá frekvencii viazaného stavu. Závislosť tejto frekvencie od $k_{\|}$ je zobrazená na pravom obr. 3.7.

Ako vidíme z ľavého obrázku 3.7, frekvencia viazaného stavu sa s rastúcim uhlom dopadu posúva smerom k hornému okraju zakázaného pásu. Pre uhol väčší ako určitá hodnota θ_0 sa vlastná frekvencia objaví v hornom páse. Stavy zodpovedajúce takýmto frekvenciám už nie sú priestorovo lokalizované – môžu sa naviazať na EM vlny šíriace sa fotonickým kryštálom. Preto sa krátko po excitovaní rozpadnú.



Obr. 3.7. Koeficient prechodu rovinnej vlny cez dvojrozmerný fotonický kryštál zložený z dielektrických tyčiek polomeru $r = a/3$ a s permitivitou $\epsilon = 12$. Vzorka je tá istá ako na obr. 3.4, ale v strede vzorky je medzera šírky $\Delta = 5a/3$ (štruktúra FK je v hornej časti obrázkov). Preto v zakázanom páse vznikne lokalizovaný stav, ktorý exponenciálne klesá v smere šírenia vlny, ale môže sa voľne pohybovať pozdĺž poruchy. Lokalizovaný stav sa prejaví, tak ako v 1D prípade, ako maximum koeficientu prechodu vlny prechádzajúcej štruktúrou v smere *sprava doľava*. Vzorka je symetrická (porucha leží presne v jej strede), preto transmisia v lokalizovanom stave dosahuje hodnotu 1. Vzhľadom na to, že transmisný pás je veľmi úzky, nehľadali sme presnú polohu viazaného stavu. Maximum transmisie na obrázku preto nedosahuje jednotku. Frekvencia lokalizovaného stavu závisí od uhla dopadu EM vlny θ, ktorý definuje vlnový vektor viazaného stavu $k_\|$. Zo závislosti frekvencie lokalizovaného stavu od vlnového vektora $k_\|$ zostrojíme na pravom obrázku disperzný vzťah $\omega = \omega(k_\|)$ ($k_0 = \omega/c$, $k_\|/k_0 = \sin\theta$).

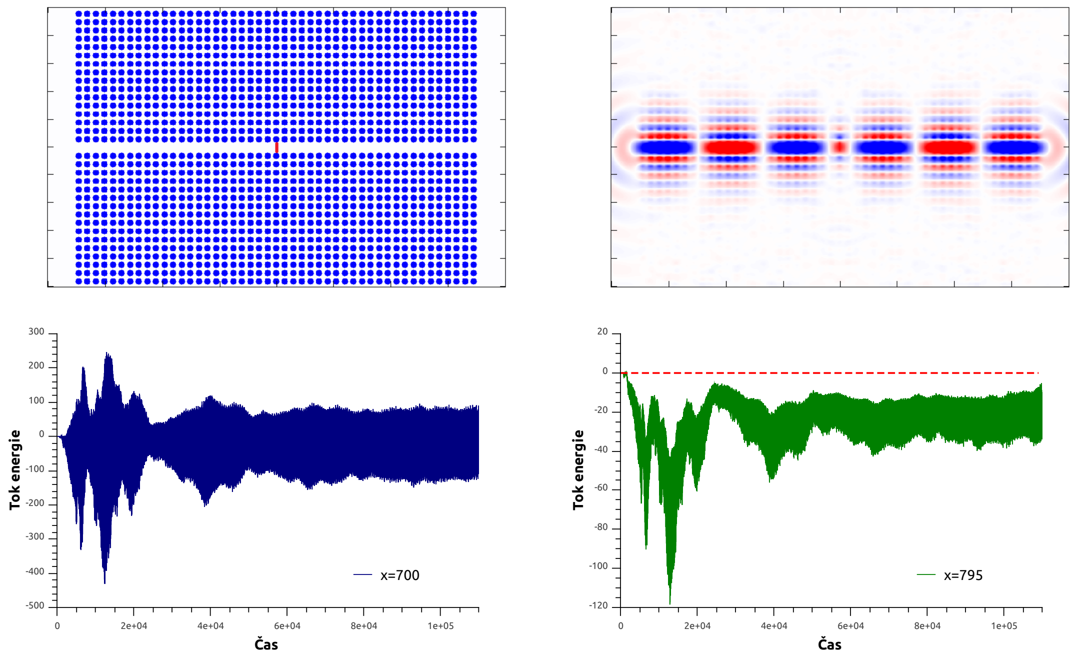
Rýchlosť šírenia EM vlny v poruche je daná grupovou rýchlosťou

$$v_g = \frac{\partial \omega(k_\|)}{\partial k_\|} \tag{3.23}$$

Pretože závislosť frekvencie od pozdĺžnej zložky vlnového vektora je pomerne malá, je aj grupová rýchlosť v_g malá, často rádovo menšia ako rýchlosť svetla v homogénnom prostredí.

Elektromagnetická vlna v lineárnej poruche

Na ľavom hornom obrázku 3.8 je najjednoduchšia lineárna porucha so zdrojom EM žiarenia, ktorý vyžaruje na frekvencii rovnej vlastnej frekvencii niektorého viazaného stavu. V súlade s naším očakávaním na pravom hornom obrázku vidíme, že vyžiarená EM vlna sa šíri len pozdĺž lineárnej poruchy a smerom do prostredia fotonického kryštálu exponenciálne zaniká. Na dolných dvoch obrázkoch 3.8 je časový priebeh toku energie cez vertikálne roviny umiestnené tesne pred a za vyústením poruchy do voľného priestoru. Komplikovaný časový vývoj pre krátke časy je spôsobený tým, že zdroj bol v čase $t = 0$ zapnutý, a preto nebol monochromatický – v prechodovom období vyžaroval na rôznych frekvenciách. Zaujímavé sú ale časové oscilácie toku energie v mieste tesne pred vyústením poruchy. Ako vidíme na ľavom dolnom obrázku 3.8, tok energie vo vnútri poruchy mení v čase svoj smer. Nakoľko zdroj žiarenia leží naľavo od miesta merania toku, môže sa doľava šíriť len energia odrazená od nejakej prekážky. To



Obr. 3.8. Ľavý horný obrázok zobrazuje fotonický kryštál s lineárnou poruchou. Do poruchy je umiestnený zdroj EM žiarenia vyžarujúci na vlastnej frekvencii poruchy. Vyžiarená vlna sa šíri pozdĺž poruchy a exponenciálne klesá v kolmom smere. Na pravom hornom obrázku vidíme priestorovú závislosť amplitúdy elektrického poľa $|E|^2$ v náhodne vybranom časovom okamihu. Spodné dva obrázky ukazujú časový priebeh toku energie cez vertikálne rozhrania umiestnené vpravo tesne pred vyústením poruchy do okolitého prostredia a v oblasti za hranicou FK. Študovaný časový interval je rovný 10^5 T (T je perióda oscilácií poľa).

ale znamená, že v mieste vyústenia poruchy do okolitého prostredia nastáva odraz vlny. Odraz môžeme eliminovať vhodnou úpravou povrchu kryštálu v okolí vyústenia. Povrch sa dá dokonca upraviť tak, aby v mieste vyústenia nedochádzalo k difrakcii – vychádzajúca vlna sa potom nerozptyľuje do okolia.

Rôzne typy lineárnej poruchy

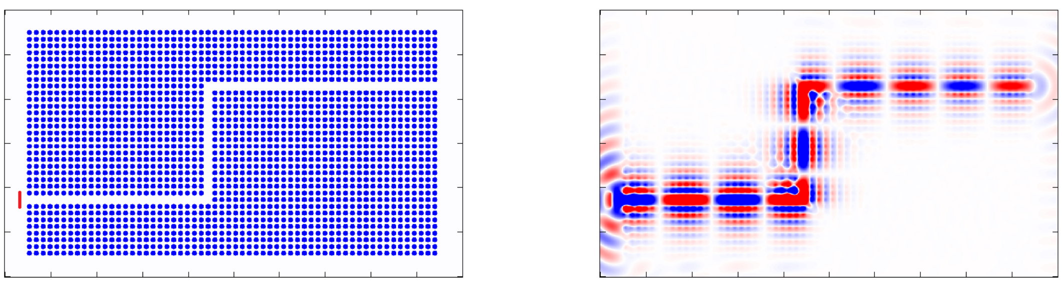
Na záver tejto kapitoly ukážeme, ako sa elektromagnetická vlna šíri v lineárnej poruche. Obrázky boli získané numerickou simuláciou založenou na algoritme FTDT (Finite Diference Time Domain). EM pole vyžiarené zdrojom sa šíri v priestorovo nehomogénnom prostredí. Program vypočíta v každom časovom okamihu rozloženie EM poľa v priestore. V numerickom programe musíme diskretizovať čas aj priestor. Diskretizácia Maxwellových rovníc musí byť urobená tak, aby sme zabezpečili ich splnenie v každom elementárnom objeme [34]. Podrobnosti algoritmu môžeme nájsť v špecializovanej literatúre [22, 40].

Na obrázkoch 3.9, 3.10 a 3.11 je ukázaný prechod EM vlny troma rôznymi lineárnymi poruchami. Na ľavých obrázkoch je študovaná štruktúra. Vľavo od FK je umiestnený malý zdroj, ktorý vyžaruje EM vlnu s frekvenciou zodpovedajúcou vlastnej frekvencii viazaného stavu. Vyžiarená vlna sa preto odráža od povrchu fotonického kryštálu. Do jeho vnútra môže preniknúť len pozdĺž lineárnej poruchy. Pretože jej frekvencia leží v zakázanom páse FK, vlna nemôže z poruchy uniknúť. Šíri sa poruchou bez radiačných strát.

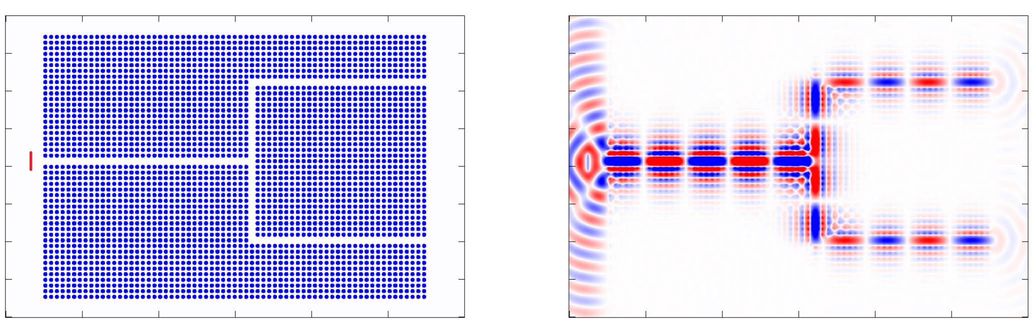
Na rozdiel od klasického vlnovodu, v ktorom sa EM vlna šíri na základe uväznenia v oblasti s vyšším indexom lomu (kapitola 5), v lineárnej poruche môže vlna prekonávať pravouhlé zlomy bez radiačných strát, pokiaľ sa jej frekvencia nachádza v zakázanom páse pre všetky možné smery šírenia vo FK (obr. 3.9). V mieste zlomu však nastáva odraz vlny, ktorý je ale možné eliminovať vhodnou úpravou topológie ohybu.

Obrázok 3.10 ukazuje prípad vetvenia vlny do dvoch ramien. Odraz od miesta vetvenia je opäť možné eliminovať vhodnou úpravou prostredia. Pretože vetvenie je symetrické, bude množstvo energie prechádzajúce jednotlivými vetvami rovnaké. Asymetriu môžeme systému vnútiť malou zmenou priestorového usporiadania štruktúry.

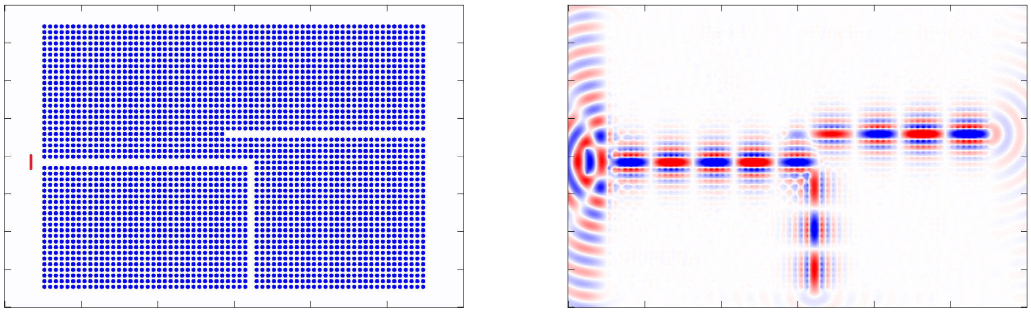
Zaujímavý je prípad, ukázaný na obr. 3.11, keď časť energie pretuneluje z jednej poruchy do druhej. Proces je podobný tunelovaniu EM vlny cez úzku štrbinu (obr. 1.8).



Obr. 3.9. Prechod elektromagnetickej vlny cez lineárnu poruchu vo fotonickom kryštáli [40]. Ľavý obrázok ukazuje štruktúru s vyznačeným zdrojom EM žiarenia umiestneným naľavo oproti vyústeniu lineárnej poruchy. Pravý obrázok je výsledkom numerickej simulácie programom FDTD. Prechádzajúca vlna neunikne z miesta poruchy do okolitého prostredia, ani keď sa porucha zahne v pravom uhle. V mieste zlomu však nastáva odraz vlny, podobne ako v mieste vyústenia poruchy do voľného priestoru. Úpravou miesta zlomu (napr. premiestnením niektorých tyčiek v jeho blízkosti alebo pridaním iných tyčiek) je možné odraz v mieste zlomu takmer úplne eliminovať.



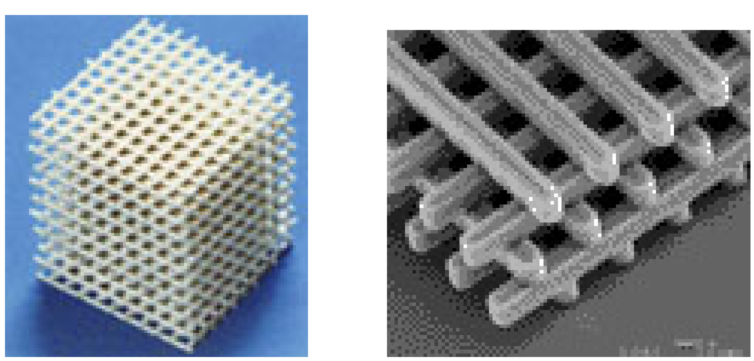
Obr. 3.10. Elektromagnetická vlna, šíriaca sa v ľavej časti, sa rozdelí do dvoch kanálov [40]. Podobne ako v prípade pravouhlého zlomu na obrázku 3.9 môžeme vhodnou úpravou prostredia v mieste delenia eliminovať odraz vlny.



Obr. 3.11. Tunelovanie EM vlny z jednej lineárnej poruchy do druhej [40]. Vlna šíriaca sa v ľavej poruche exponenciálne klesá vo fotonickom kryštáli. Ak sa v blízkosti poruchy vyskytne iná porucha s tým istým disperzným vzťahom, časť energie do nej pretuneluje.

3.4 Trojrozmerný fotonický kryštál

Pre úplnosť sa zmienime o existencii trojrozmerných fotonických kryštálov. Najjednoduchší trojrozmerný fotonický kryštál vytvoríme priestorovým uložením dielektrických tyčiek v dvoch kolmých smeroch (obr. 3.12) [25]. Vzniknutá štruktúra pripomína siahovicu dreva, preto sa v literatúre označuje ako *woodpile* štruktúra. Iné 3D štruktúry sú preberané v knihe [1].



Obr. 3.12. Ukážka trojrozmernej fotonickej štruktúry navrhnutej v ISU Ames, Iowa [http://cmp.physics.iastate.edu/soukoulis/index.shtml]. Tenké dielektrické tyčky sú uložené na spôsob kopy dreva striedavo v dvoch smeroch, čím vytvárajú periodickú štruktúru vo všetkých troch smeroch.

KAPITOLA 4

Metamateriály

Na rozdiel od fotonických kryštálov, metamateriály sú štruktúry, v ktorých priestorové nehomogenity sú, alebo by mali byť, podstatne menšie ako je vlnová dĺžka prechádzajúcej elektromagnetickej vlny. Preto ich môžeme považovať za homogénne a môžeme pre ne definovať *efektívnu* elektrickú permitivitu a *efektívnu* magnetickú permeabilitu.

Výskum metamateriálov je motivovaný snahou vytvoriť materiály s takými *efektívnymi* parametrami (permitivitou, permeabilitou, indexom lomu), aké sa v prírode nevyskytujú, ale boli by užitočné v technickej praxi. Príkladom je materiál so zápornou magnetickou permeabilitou. Najatraktívnejší metamateriál má zápornú aj permitivitu, aj permeabilitu, a teda aj index lomu. Zaujímavé sú ale aj materiály s nulovým indexom lomu alebo nulovou permeabilitou. Z praktického hľadiska je užitočné vytvoriť štruktúry, ktoré by *v nejakom intervale frekvencií* totálne absorbovali dopadajúce EM vlny (nezávisle od uhla dopadu) alebo ich úplne odrážali.

Stratégia konštrukcie metamateriálov je založená na hľadaní čo najjednoduchšej *rezonančnej* štruktúry, ktorá by mala požadovanú odozvu na vonkajšie elektromagnetické pole. Makroskopický metamateriál potom získame periodickým usporiadaním takýchto štruktúr (elementárnych „atómov”). V texte uvedieme niekoľko príkladov, pochádzajúcich z prác J. Pendryho.

Konštrukcia metamateriálov vzdialene pripomína chémiu: zlúčením dvoch prvkov môžeme dostať chemickú zlúčeninu, ktorá sa svojimi fyzikálnymi vlastnosťami podstatne líši od materských prvkov (napríklad Na + Cl $\rightarrow$ NaCl, $2H_2 + O_2 \rightarrow 2H_2O$). Podobne pri konštrukcii metamateriálov môžeme kombinovaním dielektrických materiálov a nemagnetických kovov zostrojiť štruktúru, ktorá má výraznú magnetickú odozvu. Efektívna permitivita alebo permeabilita v prípade metamateriálov *nie je* výsledkom kombinácie parametrov jednotlivých zložiek (ako napríklad v kompozitných dielektrických materiáloch), ale je dôsledkom rezonancie vyvolanej v štruktúre dopadajúcou EM vlnou.

Pretože základom elektromagnetickej odozvy metamateriálov je rezonancia, požadované vlastnosti je možné dosiahnuť len v určitom rezonančnom intervale frekvencií. Aj v rámci tohto intervalu bude EM odozva metamateriálu závisieť od frekvencie.

Priama aplikácia metamateriálov je limitovaná predovšetkým absorpciou prechádzajúcej vlny. Výrazným nedostatkom doteraz známych štruktúr je ich anizotropia: požadované vlastnosti pozorujeme len pre určitý smer šírenia EM vlny a pre jej konkrétnu polarizáciu. Eliminácia týchto obmedzení je predmetom intenzívneho výskumu. Z fyzikálneho hľadiska je ale zaujímavá už skutočnosť, že vôbec dokážeme metamateriály navrhnúť a skonštruovať a dokážeme verifikovať ich neočakávané a v bežných materiáloch nepozorované vlastnosti.

4.1 Umelý kov – záporná permitivita

Na ľavom obrázku 4.1 je zobrazený systém rovnobežných veľmi tenkých kovových platní vzdialených od seba na vzdialenosť ℓ. Predpokladajme, že platne sú pre EM vlny úplne nepriehľadné. Napriek tomu hľadajme frekvencie, pre ktoré sa elektromagnetická vlna naprieč takouto štruktúrou môže šíriť.

Napriek tomu, že kov je v princípe pre EM vlny nepriehľadný, môžu sa našou vzorkou šíriť také EM vlny, ktoré majú vo vnútri kovu nulovú intenzitu elektrického poľa. Tomu zodpovedajú vlny s nulovou amplitúdou v bodoch $z = n\ell$, teda vlny, pre ktoré z-ová zložka vlnového vektora spĺňa vzťah

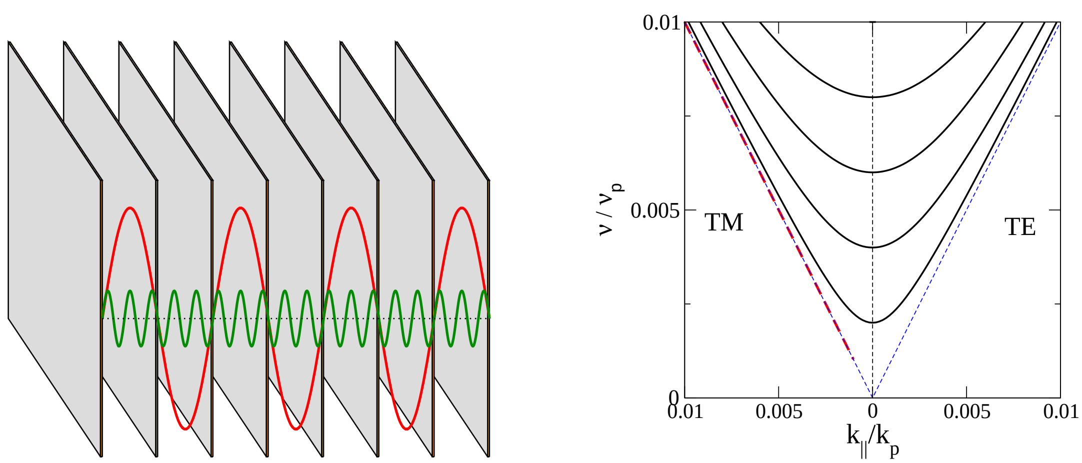
$$k_z\ell = \pi n, \qquad n = 1, 2, \ldots \tag{4.1}$$

Frekvencia takejto vlny je

$$\omega = c\sqrt{\pi^2 n^2/\ell^2 + k_\parallel^2} \tag{4.2}$$

Z rovnice (4.2) dostaneme

$$\frac{\omega^2}{\omega_p^2} = \frac{(c\pi n)^2}{\omega_p^2\ell^2} + \frac{k_\parallel^2}{k_p^2} \tag{4.3}$$



Obr. 4.1. Vľavo: periodická štruktúra pozostávajúca z rovnobežných veľmi tenkých kovových vrstiev. Vzdialenosť vrstiev je ℓ. Štruktúra prepúšťa len vlny, ktoré spĺňajú vzťah (4.1). Pravý obrázok zobrazuje disperzný vzťah (4.3). Hrubá prerušovaná čiara pre TM polarizáciu zodpovedá vlne pozostávajúcej z viazaných povrchových vĺn, ktorými sa budeme venovať v kap. 5 [16].

kde ω_p je plazmová frekvencia kovu, daná rovnicou (1.50).

Disperzný vzťah (4.3) je ukázaný na pravom obrázku 4.1. Je vidieť, že celá štruktúra je nepriehľadná pre všetky frekvencie menšie ako určitá limitná frekvencia

$$\omega_p' = \frac{\pi c}{\ell} \tag{4.4}$$

podobne ako je kov nepriehľadný pre frekvencie menšie ako plazmová frekvencia:

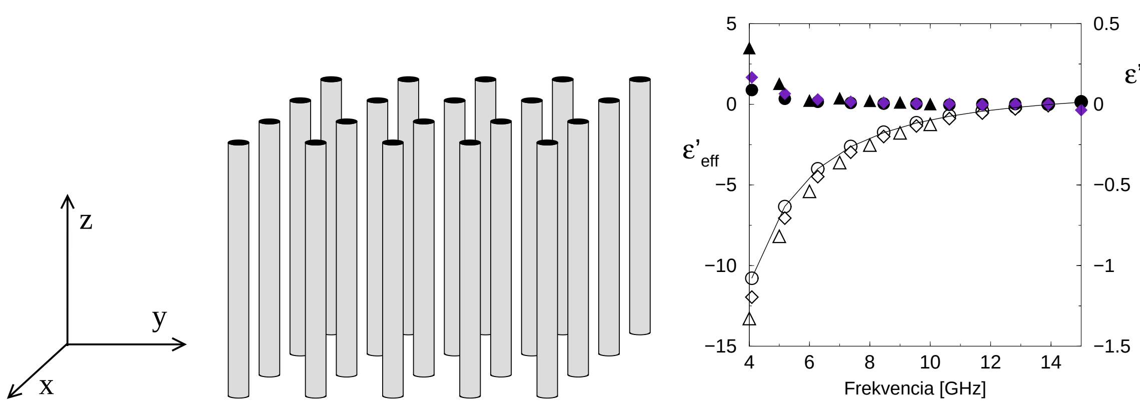
$$\omega < \omega_p \tag{4.5}$$

Frekvencia ω_p' môže byť interpretovaná ako efektívna plazmová frekvencia celej štruktúry. Štruktúra na ľavom obrázku 4.1 preto môže byť považovaná za „umelý kov”. Dôležité je, že hodnotu novej plazmovej frekvencie ω_p' môžeme ľubovoľne meniť: stačí zmeniť vzdialenosť kovových vrstiev ℓ. Napríklad pre $\ell = 3$ cm je $\omega_p' = 31,4$ GHz.

Mriežka tenkých kovových drôtov

Dvojrozmernou štruktúrou, ktorá môže svojou EM odozvou imitovať kov, je periodická štruktúra veľmi tenkých kovových drôtov (obr. 4.2). Polomer drôtov r je rádovo menší ako ich vzdialenosť ℓ ($r \ll \ell$). Analytické modely aj numerické simulácie ukázali, že efektívnu permitivitu takejto mriežky môžeme vyjadriť Drudeho vzťahom pre permitivitu kovu (pravý obrázok), avšak plazmová frekvencia, ktorá v kove dosahuje 2 000 THz, je v tomto prípade v oblasti GHz. Odhad plazmovej frekvencie môžeme získať z viacerých analytických modelov. Napríklad podľa [27] je plazmová frekvencia daná vzťahom

$$\omega_p' = \frac{c}{\ell}\sqrt{\frac{2\pi}{\ln \ell/r}} \tag{4.6}$$



Obr. 4.2. Vľavo: dvojrozmerný umelý kov vytvoríme z periodickej štruktúry veľmi tenkých kovových drôtov. Polomer drôtov je r, vzdialenosť dvoch susedných drôtov v smere x alebo y je ℓ. Pravý obrázok zobrazuje numericky vypočítané hodnoty *efektívnej* permitivity – reálnej (ϵ'_{eff}) aj imaginárnej (ϵ''_{eff}) časti – pre $\ell = 3$ mm a $r = 3$ μm. Symbolmi sú vyznačené numerické výsledky (rôzne symboly zodpovedajú rôznej diskretizácii priestoru používanej v numerickom programe [28]). Plná čiara je reálna časť Drudeho permitivity [26–28].

Pre nás je dôležité, že plazmová frekvencia je opäť nepriamo úmerná vzájomnej vzdialenosti tyčiek a len slabo závisí od polomeru tyčiek. Môžeme si preto zostrojiť „umelý kov", ktorý má pri frekvenciách $\omega < \omega_p'$ rovnakú elektrickú odozvu ako kov. Na rozdiel od kovu je však takmer prázdny: pomer objemu, ktorý zaberajú tyčky, k celkovému objemu je totiž

$$F = \pi \frac{r^2}{\ell^2} \tag{4.7}$$

Ak $r \sim 10$ μm a $\ell = 3$ mm, dostaneme $F \sim 0,0003$.

Anizotropia

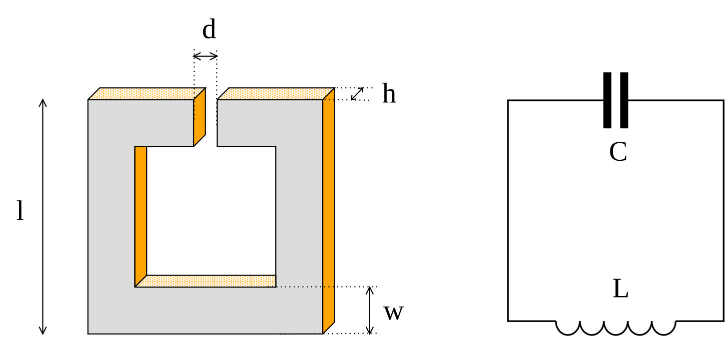
Uvedené výsledky platia len v prípade, keď je intenzita elektrického poľa prechádzajúcej EM vlny rovnobežná s kovovými drôtmi. V opačnom prípade, keď elektrické pole EM vlny je kolmé na drôty, dostaneme efektívnu permitivitu $\epsilon_\perp \equiv 1$. Celá štruktúra sa v tomto prípade správa ako vákuum – pre EM vlnu s vektorom $\vec{H}$ orientovaným v smere osi z je „neviditeľná".

Diametrálne odlišná odozva na vonkajšie EM pole rôznej orientácie potvrdzuje, že za zápornú efektívnu permitivitu celej štruktúry sú zodpovedné voľné elektróny v kovových drôtoch. Ak je elektrické pole rovnobežné s drôtmi, pôsobí na voľné elektróny, ktoré môžu vynútenými osciláciami úplne odtieniť vonkajšie pole. V prípade elektrického poľa kolmého na drôty sú oscilácie elektrónov zanedbateľne malé a štruktúra má efektívnu permitivitu rovnú jednej.

4.2 Záporná permeabilita

V začiatkoch vývoja metamateriálov zohral kľúčovú úlohu prerušený kovový prstenec (*split ring rezonátor – SRR*) [29] zobrazený na ľavom obrázku 4.3. Ako uvidíme nižšie, periodická mriežka takýchto prstencov vytvára rezonančnú štruktúru, ktorá má v určitom intervale frekvencií zápornú magnetickú odozvu.

Aby sme porozumeli pôvodu zápornej efektívnej permeability, musíme si uvedomiť, že prerušený prstenec vo vonkajšom magnetickom poli, kolmom na rovinu prstenca, sa správa



Obr. 4.3. Prerušený kovový prstenec tvorí základnú štruktúrnu jednotku („atóm") metamateriálu so zápornou permeabilitou. Rozmery prstenca sú $\ell \times \ell$, šírka prstenca je w a hrúbka je h. Prstenec je prerušený medzerou šírky d. Ak prstenec vložíme do časovo závislého magnetického poľa kolmého na rovinu prstenca, môžeme v ňom vybudiť rezonančnú odozvu, analogickú odozve rezonančného LC obvodu s kapacitou $C = \epsilon_0 \epsilon_d wh/d$ a indukčnosťou $L = \mu_0 \ell^2/h$.

ako rezonančný LC obvod na pravom obr. 4.3. Úlohu kondenzátora plní úzka štrbina vyplnená dielektrikom s relatívnou permitivitou ϵ_d. Kapacita kondenzátora je

$$C = \epsilon_0 \epsilon_d \frac{wh}{d} \tag{4.8}$$

Indukčnosť prstenca odvodíme zo vzťahu pre indukčnosť cievky [18] – napriek tomu, že naša „cievka” má jediný neúplný závit:

$$L = \mu_0 \frac{\ell^2}{h} \tag{4.9}$$

Prerušený prstenec sa teda správa ako rezonančný LC obvod s rezonančnou frekvenciou

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \tag{4.10}$$

Magnetickú odozvu prstenca nájdeme z Faradayovho zákona. Dopadajúce magnetické pole vytvára časovo závislý magentický tok $\ell^2 B$, ktorý v prstenci indukuje napätie

$$U_{\text{ind}} = L\frac{\partial I}{\partial t} + RI + \frac{1}{C}\int I \mathrm{d}t = -\frac{\partial}{\partial t}\ell^2 B \tag{4.11}$$

kde R je celkový odpor prstenca. Po derivácii podľa času a úpravách dostaneme

$$\frac{\partial^2 I}{\partial t^2} + \frac{R}{L}\frac{\partial I}{\partial t} + \omega_0^2 I = -\frac{\ell^2 \mu_0}{L}\frac{\partial^2 H}{\partial t^2} = -h\frac{\partial^2 H}{\partial t^2} \tag{4.12}$$

kde sme využili vzťah (4.9) pre indukčnosť L. V ďalšom budeme predpokladať, že vonkajšie magnetické pole, a teda aj prúd v prstenci, sa menia harmonicky

$$H(t) = H_0 e^{-i\omega t}, \qquad I(t) = I_0 e^{-i\omega t} \tag{4.13}$$

Potom z rovnice (4.12) dostaneme typickú rezonančnú odozvu prúdu na vonkajšie magnetické pole

$$I_0 = \frac{h\omega^2 H_0}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}\,, \qquad \gamma = R/L \tag{4.14}$$

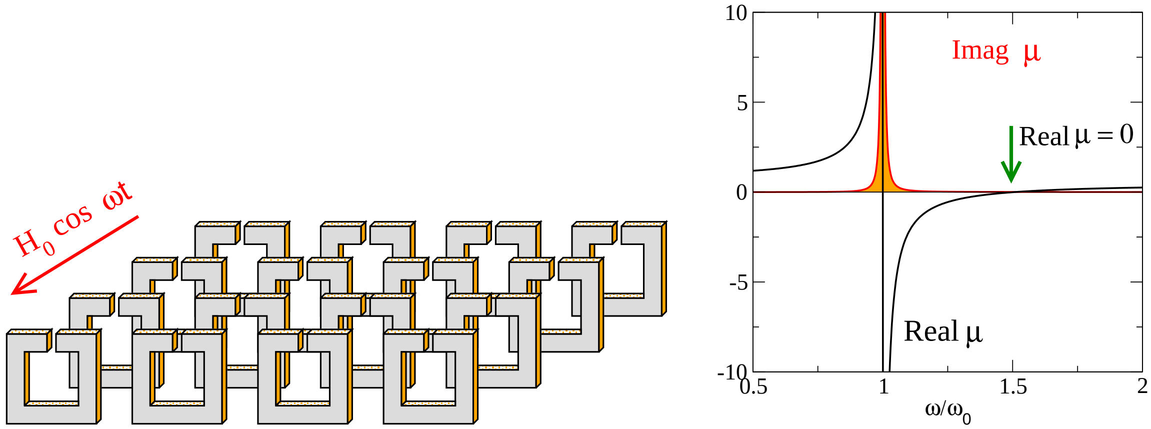
Indukovaný prúd vytvára magnetický moment $m = I\ell^2$. Periodická štruktúra na ľavom obrázku 4.4 má preto magnetizáciu $M = nm$, kde

$$n = \frac{1}{a_x a_y a_z} \tag{4.15}$$

je koncentrácia magnetických dipólov. Pretože $M = (\mu - 1)H$, dostaneme po dosadení a úpravách relatívnu permeabilitu celej štruktúry μ v tvare

$$\mu = 1 + \frac{F\omega^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\gamma} \tag{4.16}$$

Bezrozmerný parameter $F = \ell^2 h/(a_x a_y a_z)$ môžeme interpretovať ako „filling factor”, teda pomer objemu, v ktorom sa nachádza prstenec, k objemu jednej elementárnej bunky mriežky



Obr. 4.4. Štruktúra so zápornou efektívnou permeabilitou pozostáva z pravidelnej mriežky prerušených prstencov. Elementárna bunka metamateriálu („atóm”) má rozmery a_x, a_y a a_z. Ak je vonkajšie magnetické pole kolmé na roviny prstencov, indukuje sa v štruktúre magnetizácia, priamo úmerná rezonančnej magnetickej odozve danej rovnicou (4.16). Pravý obrázok zobrazuje frekvenčnú závislosť efektívnej permeability, vyjadrenú rovnicou (4.16). Pre frekvencie $\omega_0 < \omega < \omega_0/\sqrt{1-F}$ je reálna časť μ záporná. Rezonančná krivka bola vypočítaná pre parametre $F = 0,56$, $\gamma = 0,00625\omega_0$.

Podobne ako v prípade tenkých kovových drôtov vidíme, že parametre efektívnej permeability závisia len od geometrickej štruktúry vzorky. Rezonančná frekvencia

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_d}}\sqrt{\frac{d}{w\ell^2}} \tag{4.17}$$

je určená iba štruktúrou prstenca a permitivitou dielektrika v štrbine. Preto môžeme vhodnou voľbou parametrov prstenca posúvať rezonanciu do frekvenčnej oblasti, ktorá nás zaujíma.

Magnetická permeabilita ako funkcia frekvencie, daná rovnicou (4.16), je ukázaná na pravom obrázku 4.4. Ak zanedbáme stratový člen, dostaneme zápornú efektívnu permeabilitu vo frekvenčnom intervale

$$\omega_0 < \omega < \frac{\omega_0}{\sqrt{1-F}} \tag{4.18}$$

Záporné hodnoty permeability sú dôsledkom rezonančnej odozvy celej štruktúry prerušených prstencov na vonkajšie striedavé magnetické pole.

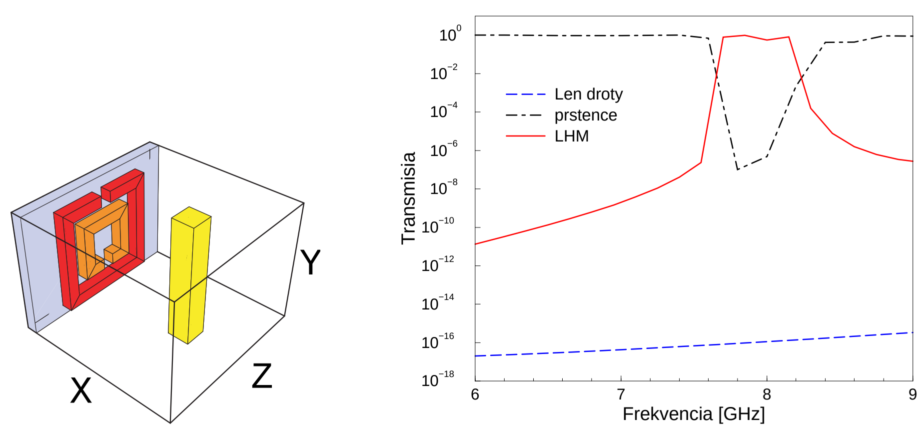
Pre kontrolu ešte vyšetrime, čo sa stane, ak prstenec uzavrieme ($d = 0$). Potom v ňom nedochádza k rezonancii ($\omega_0 = 0$) a z rovnice (4.16) dostaneme pre $\gamma = 0$ očakávaný výsledok: $\mu = 1 - F$. Mriežka uzavretých kovových prstencov vytvára slabo diamagnetickú štruktúru [18].

Tak ako v prípade mriežky tenkých drôtov, vidíme, že aj mriežka prerušených prstencov je anizotropná. Reaguje len na zložku vonkajšieho magnetického poľa kolmú na rovinu prstencov. Prechádzajúca elektromagnetická vlna sa teda musí šíriť v rovine prstencov s intenzitou magnetického poľa rovnobežnou s ich osou.

4.3 Left-handed materiál

V predchádzajúcich častiach sme našli štruktúry, ktoré majú v určitom intervale frekvencií buď zápornú efektívnu permitivitu, alebo zápornú permeabilitu. Pretože v oboch prípadoch ide o „prázdne" štruktúry – sú zložené z veľmi tenkých kovových zložiek a väčšinu ich objemu zaberá vzduch – môžeme ich skombinovať a vytvoriť materiál, ktorý bude mať oba parametre súčasne záporné.

Základnú bunku takejto štruktúry vidíme na ľavom obr. 4.5. Predpokladané elektromagnetické vlastnosti môžeme overiť numerickou simuláciou prechodu EM vlny, pričom musíme pamätať na anizotropiu oboch podmriežok, z ktorých je štruktúra zložená: k tomu, aby sme vyvolali magnetickú rezonanciu, musí byť intenzita magnetického poľa orientovaná v smere osi x. Elektrickú odozvu dosiahneme len vtedy, keď je intenzita elektrického poľa orientovaná v smere osi y. Preto sa EM vlna musí šíriť v smere osi z. V ostatných smeroch (x, y) nemá štruktúra prakticky žiadnu odozvu: $\epsilon = 1$, $\mu = 1$. Tento nedostatok sa dá odstrániť konštrukciou zložitejších štruktúr. „Dvojrozmernú" štruktúru, ktorá má zápornú permitivitu aj permeabilitu v smeroch x aj z dostaneme, ak prerušené prstence umiestnime v rovinách yz a zy (obr. 4.6). Izotropnú „trojrozmernú" štruktúru so záporným indexom lomu vo všetkých troch smeroch sa zatiaľ zostrojiť nepodarilo.



Obr. 4.5. Schéma elementárnej bunky („atómu") *left-handed* materiálu: na okraji bunky je v rovine yz uložená tenká dielektrická vrstva, na ktorej je naparený kovový prstenec; v prostriedku bunky je tenký kovový drôt. Rozmer elementárnej bunky je 3 mm. Metamateriál dostaneme periodickým opakovaním elementárnej bunky vo všetkých troch smeroch. Pravý obrázok demonštruje, ako môžeme predpokladané vlastnosti štruktúry preveriť numerickou simuláciou alebo experimentálnym meraním prechodu EM vlny. Transmisia (koeficient prechodu) cez štruktúru pozostávajúcu len z tenkých drôtov je veľmi malá, pretože permitivita je záporná a permeabilita kladná. Podobne transmisia cez štruktúru zloženú len z prstencov je malá v oblasti frekvencií, kde permeabilita je záporná, pretože permitivita je kladná. Kombináciou oboch štruktúr vznikne materiál, ktorý má v oblasti okolo 8 GHz súčasne záporné oba parametre. V takom materiáli sa EM vlna šíriť môže, preto je transmisia blízka jednotke.

Obr. 4.6. Fotografia „dvojrozmernej” *left-handed* štruktúry so záporným indexom lomu [30]. Z jednej strany dielektrických podložiek sú naparené prerušené prstence a z druhej strany tenké kovové pásiky, ktoré spôsobujú zápornú permitivitu. Priestorová perióda štruktúry v smeroch x a z je 3 mm, magnetická rezonančná frekvencia $\nu \approx 3$ GHz, čomu zodpovedá vlnová dĺžka dopadajúcej vlny $\lambda = 10$ cm.

4.3.1 Efektívna permitivita a permeabilita

Štruktúry podobné tej na obr. 4.6 môžeme charakterizovať efektívnou permitivitou a permeabilitou len za predpokladu, že vlnová dĺžka *prechádzajúcej* vlny je podstatne väčšia ako rozmer elementárnej bunky. Len v tomto prípade sa dá predpokladať, že prostredie je pre prechádzajúcu vlnu homogénne. Táto podmienka nemusí byť vždy automaticky splnená. Ako sme videli v prechádzajúcich častiach, absolútne hodnoty efektívnej permitivity aj permeability môžu dosahovať pomerne veľké hodnoty. Preto aj efektívny index lomu môže byť veľký. Vlnová dĺžka dopadajúcej EM vlny sa preto môže vo vnútri metamateriálu podstatne zmenšiť.

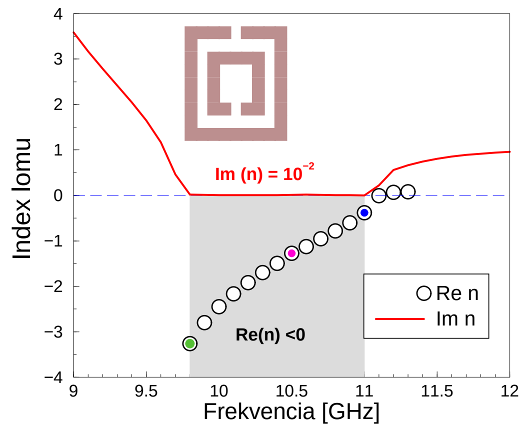
Efektívne parametre $\epsilon_{\rm eff}$ a $\mu_{\rm eff}$ metamateriálu môžeme nájsť zo známej amplitúdy prechodu t a odrazu r rovinnej EM vlny dopadajúcej kolmo na rovinnú vrstvu hrúbky ℓ zloženú z metamateriálu. Ak chceme vrstvu charakterizovať efektívnymi parametrami, musíme predpokladať, že jej odozva na dopadajúcu vlnu je taká istá, ako odozva *homogénnej* vrstvy s efektívnym indexom lomu $n_{\rm eff}$ a s efektívnou relatívnou impedanciou $z_{\rm eff}$ [31]. Schéma experimentu je na obr. 1.6. Metódou prechodovej matice odvodíme z rovníc (1.66) a (1.70) vzťahy pre amplitúdy prechodu t a odrazu r

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{t} &= \cos n_{\rm eff}k\ell - \frac{i}{2}\left[z_{\rm eff} + \frac{1}{z_{\rm eff}}\right]\sin n_{\rm eff}k\ell \\
\frac{r}{t} &= -\frac{i}{2}\left[z_{\rm eff} - \frac{1}{z_{\rm eff}}\right]\sin n_{\rm eff}k\ell
\end{aligned}
\tag{4.19}
$$

kde $k = \omega/c$ je vlnový vektor EM vlny v prostredí mimo vrstvy (vákuum). Ak poznáme – buď z experimentu alebo z numerických simulácií – amplitúdy t a r, potom môžeme z rovníc (4.19) vypočítať efektívny index lomu $n_{\rm eff} = \sqrt{\epsilon_{\rm eff}\mu_{\rm eff}}$ a efektívnu impedanciu $z_{\rm eff} = \sqrt{\mu_{\rm eff}/e_{\rm eff}}$ a z nich nájsť efektívnu permitivitu a permeabilitu.

Úloha je technicky zložitá, pretože vzťah medzi amplitúdami t, r a parametrami $n_{\rm eff}$, $z_{\rm eff}$ nie je jednoznačný. Na jednoznačné určenie efektívnych parametrov je preto potrebné získať amplitúdy prechodu a odrazu vrstiev rôznej hrúbky.

Metódu sme použili na výpočet efektívneho indexu lomu *left-handed* štruktúry so základnou bunkou zobrazenou na ľavom obrázku 4.5 (obr. 4.7). Metóda bola použitá aj pre výpočet



Obr. 4.7. Efektívny index lomu *left-handed* štruktúry zostrojenej z buniek na obr. 4.5. Vyšrafovaná je frekvenčná oblasť, v ktorej je reálna časť indexu lomu záporná. Pre praktické aplikácie metamateriálov je dôležité, že hodnota imaginárnej časti indexu lomu je v oblasti záporného indexu lomu malá. EM vlny sa preto môžu v metamateriáli šíriť len s malými absorpčnými stratami.

efektívnej permitivity sústavy tenkých kovových drôtov na obr. 4.2.

4.3.2 Vlastnosti left-handed metamateriálov

Predpokladajme, že máme homogénny izotropný materiál so zápornou permitivitou a permeabilitou. Ako ukázal Veselago [35], elektromagnetické vlastnosti takéhoto materiálu sa v mnohých ohľadoch líšia od vlastností „klasických” materiálov.

Disperzia

Zo všeobecného vzťahu pre hustotu energie EM poľa [10]

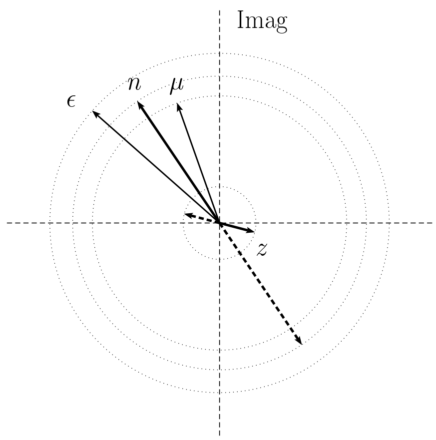
$$w = \frac{\epsilon_0}{2}\frac{\partial\epsilon\omega}{\partial\omega}|E|^2 + \frac{\mu_0}{2}\frac{\partial\mu\omega}{\partial\omega}|H|^2 \tag{4.20}$$

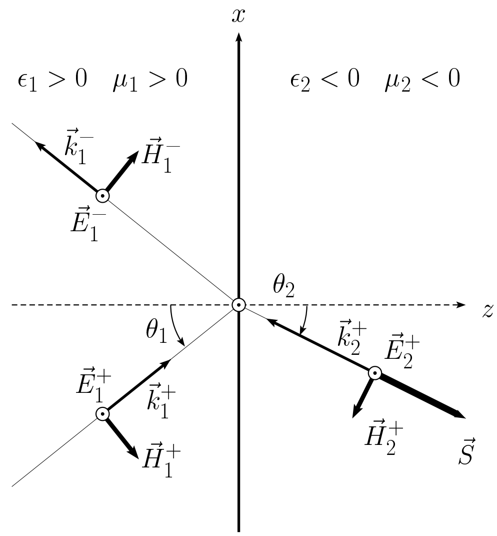
vidíme, že permitivita aj permeabilita musia závisieť od frekvencie, inak by napríklad v prípade zápornej permitivity bola derivácia

$$\frac{\partial\epsilon\omega}{\partial\omega} = \epsilon < 0 \tag{4.21}$$

záporná, čo by znamenalo, že hustota energie EM poľa je záporná. Frekvenčná závislosť efektívnej permitivity a permeability nás neprekvapuje, zodpovedá totiž našim výsledkom diskutovaným vyššie.

Frekvenčná závislosť permitivity aj permeability ale nevyhnutne spôsobuje absorpčné straty. Tie očakávame aj preto, že metamateriál obsahuje kovové súčasti. V štruktúrach pracujúcich v mikrovlnnej oblasti môžeme absorpčné straty takmer úplne eliminovať vhodnou voľbou materiálov, z ktorých je elementárna bunka zložená. Absorpcia ale narastá, keď sa rezonančná frekvencia štruktúry posúva smerom k viditeľnému svetlu.





Obr. 4.8. Výpočet indexu lomu. Permitivitu, permeabilitu aj index lomu môžeme vyjadriť vektorom v komplexnej rovine. Imaginárne časti všetkých troch veličín musia byť kladné. Na obrázku je zobrazená aj relatívna impedancia z, ktorá musí mať kladnú reálnu časť. Nefyzikálne hodnoty indexu lomu a impedancie sú vyznačené prerušovanými čiarami. Pravý obrázok znázorňuje prechod EM vlny cez rozhranie medzi materiálmi s kladným a záporným indexom lomu. Všimnime si, že vlnový vektor $\vec{k}_2$ v *left handed* prostredí má opačnú orientáciu ako Poyntingov vektor $\vec{S}$.

Index lomu

Index lomu, $n = \sqrt{\epsilon\mu}$ je daný druhou odmocninou súčinu permitivity a permeability. Napriek tomu môžeme jednoznačne určiť jeho znamienko, pretože imaginárne časti všetkých troch veličín – indexu lomu, permitivity aj permeability – musia byť kladné. Ak vyjadríme

$$\epsilon = |\epsilon|e^{i\phi_\epsilon}, \qquad \mu = |\mu|e^{i\phi_\mu} \tag{4.22}$$

potom záporná reálna časť permitivity a permeability zodpovedá hodnotám fáz

$$\pi/2 < \phi_\epsilon, \phi_\mu < \pi \tag{4.23}$$

(ľavý obr. 4.8) Ak $n = |n|e^{i\phi_n}$, potom absolútna hodnota indexu lomu je $|n| = \sqrt{|\epsilon||\mu|}$ a z dvoch možných hodnôt fázy

$$\phi_n = \frac{\phi_\epsilon + \phi_\mu}{2}, \qquad = \frac{\phi_\epsilon + \phi_\mu}{2} + \pi \tag{4.24}$$

musíme zvoliť tú prvú, pretože len pre ňu je imaginárna časť indexu lomu kladná. Ako vidíme na obr. 4.8, riešenie rovnice $n = \sqrt{\epsilon\mu}$, ktoré má kladnú imaginárnu časť, má reálnu časť zápornú. Zo Snellovho zákona potom vyplýva, že EM vlna dopadajúca na rozhranie medzi vzduchom a záporným indexom lomu musí za rozhraním pokračovať v smere záporného uhla lomu. Schematicky je záporný lom EM vlny zobrazený na pravom obr. 4.8.

Fázová rýchlosť

Z Maxwellových rovníc (1.15)

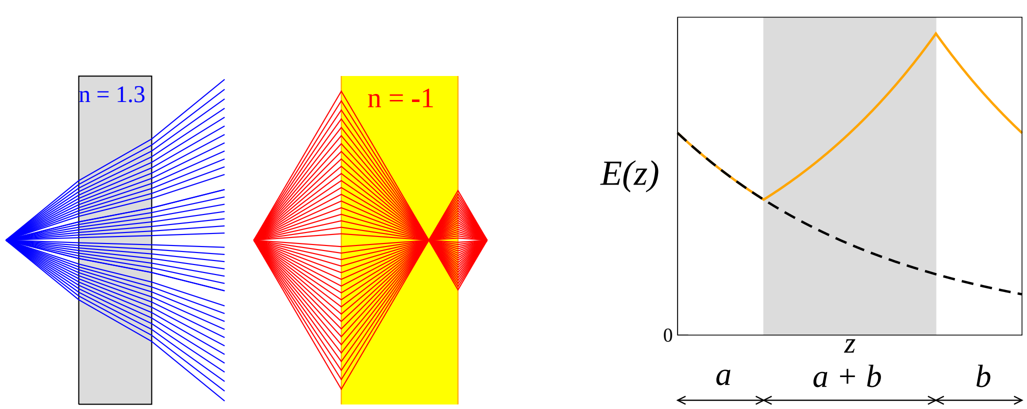
$$\begin{aligned} \vec{k} \times \vec{E} &= +\mu_0 \mu \omega \vec{H} \\ \vec{k} \times \vec{H} &= -\epsilon_0 \epsilon \omega \vec{E} \end{aligned} \tag{4.25}$$

vidíme, že pre záporné hodnoty ϵ a μ tvoria tri vektory $\vec{E}$, $\vec{H}$ a $\vec{k}$ „ľavoruký" systém vektorov: pre určenie ich vzájomnej orientácie je potrebné používať pravidlo ľavej ruky, na rozdiel od pravidla pravej ruky, bežne používaného ako mnemotechnická pomôcka. Opačná orientácia vektora $\vec{k}$ dala *left-handed* materiálom ich meno.

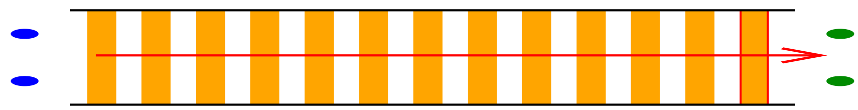
Na druhej strane, Poyntingov vektor $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{S}$ svoju orientáciu nemení. Vlnový vektor $\vec{k}$ je teda orientovaný proti smeru šírenia vlny (pravý obr. 4.8). Zo zápornosti indexu lomu ďalej dostaneme, že fázová rýchlosť (1.20) vlny šíriacej sa v *left-handed* materiáli je záporná.

Šošovka

Záporný index lomu umožňuje konštrukciu planárnej šošovky (obr. 4.9). Všetky lúče, vychádzajúce z bodového zdroja sa po prechode vrstvou s indexom lomu $n = -1$ stretnú v jedinom bode na druhej strane šošovky. Takýto prenos signálu je zaujímavý, musíme ale mať na pamäti, že index lomu metamateriálu závisí od frekvencie. Preto index lomu $n = -1$ dosiahneme len pre jedinú hodnotu frekvencie. Ani táto podmienka však nestačí, pretože fungovanie šošovky predpokladá aj nulový odraz od oboch rozhraní, teda relatívnu impedanciu $z = \sqrt{\mu/\epsilon} = 1$. Obe podmienky spĺňa len materiál s permitivitou a permeabilitou rovnou presne $\epsilon = -1$ a $\mu = -1$.



Obr. 4.9. Ľavý obrázok: planparalelná vrstva z materiálu s indexom lomu $n = -1$ funguje ako šošovka. Všetky lúče vychádzajúce zo zdroja na ľavej strane vrstvy sa stretnú v jednom bode napravo. Pre vzdialenosti zdroja (a) a obrazu (b) od povrchu vrstvy platí jednoduchý vzťah $a + b = \ell$, kde ℓ je hrúbka vrstvy. Pravý obrázok znázorňuje zosilnenie evanescentnej vlny vo vnútri *left-handed* materiálu. Evanescentná vlna exponenciálne klesá v oblasti s kladným indexom lomu. V oblasti so záporným indexom lomu jej amplitúda exponenciálne rastie. Preto sa evanescentná vlna dostane do zobrazovaného bodu s presne takou amplitúdou, s akou bola emitovaná zo zdroja. Prerušovaná čiara zobrazuje amplitúdu evanescentnej vlny šíriacej sa v homogénnom prostredí s indexom lomu $n = 1$.



Obr. 4.10. Vo vlnovode, v ktorom sa pravidelne striedajú oblasti s kladným a záporným indexom lomu, sa evanescentné vlny môžu preniesť z jedného konca na druhý. Prenos evanescentných vĺn umožní rozlíšiť detaily obrazu menšie ako je vlnová dĺžka EM vlny.

Zosilnenie evanescentných vĺn

Asi najexotickejšiou vlastnosťou materiálov so záporným indexom lomu je ich schopnosť zosilňovať dopadajúce evanescentné vlny. Pravý obrázok 4.9 zobrazuje schematicky prechod evanescentnej vlny z ľavej strany *left handed* vrstvy na pravú stranu. Pre vrstvu s indexom lomu $n = -1$ je amplitúda evanescentnej vlny v zobrazovanom bode presne taká istá, aká bola v zdroji.

Matematický dôkaz zosilnenia evanescentných vĺn je založený na výpočte amplitúdy prechodu vlny cez homogénnu vrstvu [16, 36]. Je potrebné zdôrazniť, že zosilnenie nastáva len vo vrstve konečnej hrúbky: ak by *left-handed* materiál zaberal celý polpriestor napravo od rozhrania, klesala by evanescentná vlna exponenciálne aj v *left handed* materiáli.

Zosilnenie evanescentnej vlny nenarušuje žiadny fyzikálny princíp. Takáto vlna totiž neprenáša energiu. Poyntingov vektor, daný rovnicou (1.37), je totiž v prípade evanescentnej vlny nulový, pretože reálna časť vlnového vektora je nulová.

Dokonalá šošovka

Ako vidíme na obrázku 4.9, v zobrazovanom bode na druhej strane planparalelnej vrstvy z *left-handed* materiálu sa stretnú *všetky* elektromagnetické vlny vyžiarené zo zdroja: voľne sa šíriace sa stretnú vďaka zápornému indexu lomu a evanescentné vďaka zosilneniu evanescentných vĺn vo vrstve. Rovinná vrstva z *left-handed* materiálu preto, *aspoň v princípe*, funguje ako *dokonalá šošovka*. Príspevok evanescentných vĺn tak umožňuje prekonať klasickú optickú zobrazovaciu limitu: šošovkami zostrojenými z klasického materiálu nerozlíšime od seba dva body, ktorých vzdialenosť je menšia ako vlnová dĺžka EM vlny.

Možnosti dokonalého zobrazovania sú aj v prípade *left-handed* materiálu obmedzené fyzikálnymi vlasntosťami materiálu: disperziou, absorpciou a pod. Napriek tomu je možné očakávať, že schopnosť zosilniť evanescentné vlny zlepší presnosť zobrazenia. Napríklad sa dá predpokladať, že vlnovod, v ktorom sa striedajú segmenty z klasického a *left-handed* materiálu prenesie od zdroja k pozorovateľovi kompletnejšiu informáciu o zobrazovanom objekte ako klasický vlnovod (obr. 4.10).

Fotonické kryštály s vrstvami z left-handed materiálu

V kapitole 2 sme našli frekvenčné spektrum jednorozmerného fotonického kryštálu vytvoreného z dvoch dielektrických materiálov. V časti 2.2 sme ukázali, že zakázaný pás súvisí s fázovým rozdielom medzi prechádzajúcimi a viacnásobne odrazenými vlnami.

Jednorozmerný fotonický kryštál, v ktorom sa striedajú vrstvy s kladným a záporným indexom lomu, má ešte jeden zakázaný pás v oblasti frekvencií, kde je priemerný index lomu

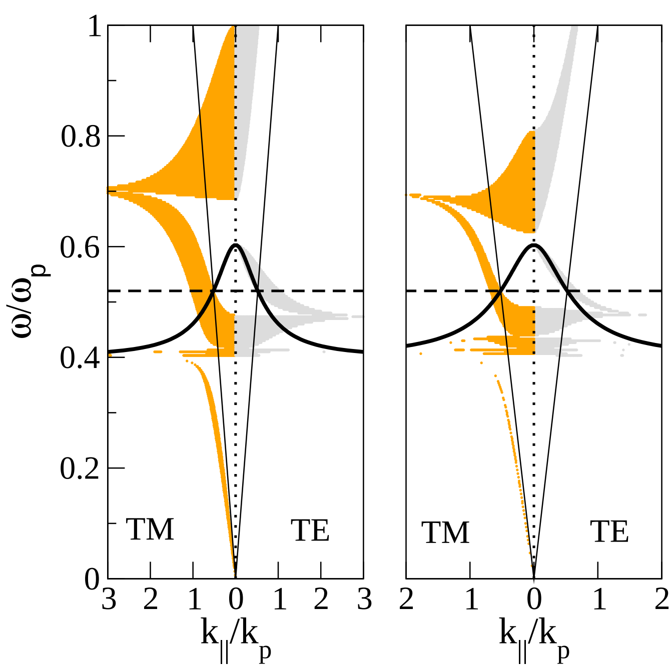
$$n = \frac{n_a \ell_a + n_b \ell_b}{\ell_a + \ell_b} \tag{4.26}$$

rovný nule [37].

Na obr. 4.11 vidíme spektrum jednorozmerného fotonického kryštálu zloženého z vrstiev s kladným ($n_1 = 1$) a záporným indexom lomu. Frekvenčnú závislosť záporného indexu lomu dostaneme zo vzťahov pre permitivitu a permeabilitu

$$\epsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \qquad \mu(\omega) = 1 + \frac{F\omega^2}{\omega_0^2 - \omega^2} \tag{4.27}$$

Frekvencia, pre ktorú má fotonický kryštál nulový priemerný index lomu, je vyznačená hrubou prerušovanou čiarou. Na rozdiel od klasických fotonických kryštálov zložených z dvoch typov dielektrických vrstiev, v ktorých poloha zakázaných pásov závisí od pomeru priestorovej periódy ℓ a vlnovej dĺžky, poloha nového zakázaného pásu sa nezmení, ak napríklad zdvojnásobíme hrúbky oboch vrstiev.



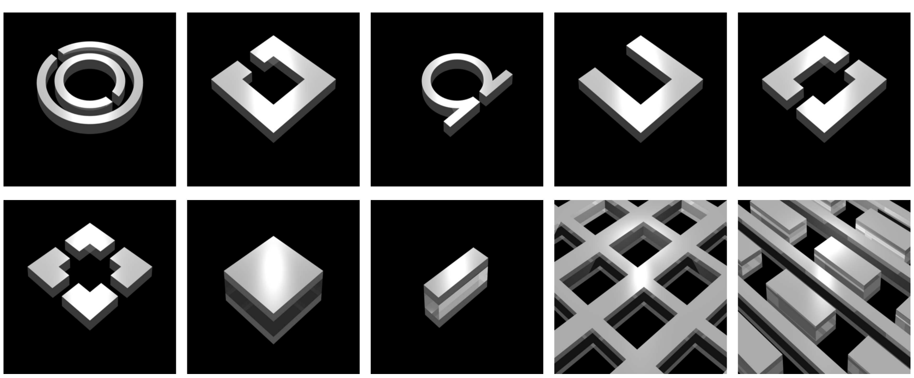
Obr. 4.11. Vľavo: spektrum jednorozmerného fotonického kryštálu s vrstvami $\ell_a = \ell_b = \lambda_p/4$. Vpravo: spektrum toho istého kryštálu, ale s dvojnásobnou hrúbkou vrstiev. Tmavé oblasti vyznačujú, tak ako aj na obrázku 2.3, tie hodnoty ω a $k_\parallel$, pre ktoré sa štruktúrou môže šíriť EM vlna. Hrubá prerušovaná čiara znázorňuje frekvenciu, pre ktorú je priemerný index lomu celej štruktúry definovaný rovnicou (4.26), nulový. EM vlny s takouto frekvenciou sa vo vnútri FK nemôžu šíriť. Na obrázkoch vidíme, že tejto frekvencii naozaj zodpovedá zakázaný pás. Jeho poloha závisí len od frekvenčnej závislosti indexu lomu a nezmení sa, keď zmeníme hrúbky vrstiev. Plná čiara znázorňuje svetelný kužeľ pre EM vlny šíriace sa v *left-handed* prostredí (pozri príklad 1.6).

4.4 Iné štruktúry metamateriálov

Prvé navrhnuté metamateriály mali rezonančnú frekvenciu v oblasti mikrovĺn s vlnovou dĺžkou niekoľkých centimetrov. Veľkosť elementárnej bunky metamateriálu preto mohla byť pomerne veľká – napríklad štruktúra na obrázku 4.6 je makroskopická – elementárna bunka má rozmery cca 3 mm. Zvýšenie rezonančnej frekvencie vyžaduje zmenšovať elementárnu bunku. Ak má metamateriál rezonanciu v oblasti viditeľného svetla (vlnové dĺžky cca 500 nm), potom veľkosť základnej bunky musí byť menšia ako 100 nm. Pretože štruktúra zložená z prstencov a drôtov je pomerne zložitá, súčasne so zmenšovaním základnej bunky sa hľadali nové jednoduchšie kovové častice, ktoré by zabezpečili požadovanú EM odozvu. Niektoré takéto častice sú zobrazené na obr. 4.12.

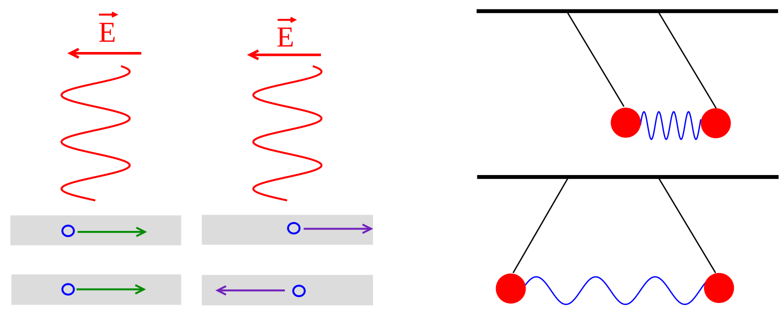
Najväčším problémom pri zvyšovaní rezonančnej frekvencie metamateriálu je nárast absorpčných strát v kove. S rastúcou rezonančnou frekvenciou rastie totiž aj časť objemu kovu, do ktorej EM vlna preniká. Hĺbka vniku pri optických frekvenciách $\delta \sim 22$ nm je porovnateľná s hrúbkou samotných kovových častíc. Preto EM pole preniká celým objemom kovu a je v ňom absorbované.

Najúspešnejšou *left-handed* štruktúrou je v súčasnosti štruktúra rybárskej siete (*fishnet structure*) ukázaná ako deviata na obrázku 4.12. Jej základom sú tenké kovové vrstvy s pravidelnými otvormi (preto pripomínajú rybársku sieť). Multivrstva vytvorená opakovaním kovových a dielektrických vrstiev mala experimentálne potvrdený záporný index lomu pre infračervené frekvencie a zároveň sa v nej podarilo aspoň čiastočne eliminovať vysoké absorpčné straty.



1 2 3 4 5
6 7 8 9 10

Obr. 4.12. Rôzne tvary kovových častíc testovaných v nových štruktúrach metamateriálov. Častica (1) je dvojitý prerušený prstenec, používaný pri konštrukcii prvých metamateriálov. Častice (2) a (4) predstavujú zjednodušený prerušený prstenec. Častice (5) a (6) vzniknú z častice (2) pridaním ďalších medzier, čo však nepriniesIo žiadne zlepšenie EM vlastností metamateriálu. Tzv. Ω-častice (3) sa v metamateriálovom výskume nepresadili. Novými typmi častíc sú (7) a (8). Tieto častice sú zložené z dvoch tenkých kovových vrstiev oddelených dielektrikom. Ich elektromagnetická odozva je založená na vzájomnej väzbe excitácií elektrónov v jednotlivých kovových vrstvách (obr. 4.13). Štruktúra (9) reprezentuje tzv. štruktúru rybárskej siete (*fishnet structure*). Multivrstva vytvorená striedaním kovových a dielektrických vrstiev má záporný index lomu v infračervenej oblasti spektra a relatívne malé absorpčné straty [38]. Štruktúra (10) je vytvorená kombináciu dlhých kovových drôtov a krátkych kovových tyčiek.



Obr. 4.13. Vľavo: elektromagnetická vlna dopadá na dve kovové častice. Vzdialenosť častíc je dostatočne malá, takže elektrónové oscilácie v časticiach sa navzájom viažu. Vzniká efekt podobný väzbe dvoch spriahnutých kyvadiel (pravý obrázok).

Rezonancia spriahnutých oscilátorov

Z konštrukcie prvých metamateriálov je zrejmé, že požadovanú elektromagnetickú odozvu očakávame ako výsledok pohybu voľných elektrónov v kovových zložkách metamateriálovej štruktúry. Základná bunka musí zabezpečiť dve rezonancie: v drôtoch sa elektróny pohybovali lineárne v smere drôtu, v prstencoch vykonávali neúplný kruhový pohyb.

Pre inšpiráciu pri hľadaní nových štruktúr uvažujme dve zviazané kyvadlá zobrazené na pravom obrázku 4.13. Väzba medzi kyvadlami ich prinúti kmitať v dvoch vlastných módoch: v symetrickom a antisymetrickom móde.

Ak dopadá EM vlna na malú kovovú časticu, indukuje v nej oscilácie voľných elektrónov. Ak dopadá na dvojicu malých častíc, môže vzniknúť efekt podobný väzbe dvoch kyvadiel: vlastné kmity elektrónov zodpovedajú symetrickému a antisymetrickému módu (ľavý obrázok 4.13). V symetrickom móde oscilujú elektróny vo fáze. Tieto oscilácie sú zodpovedné za zápornú permitivitu. Antisymetrický mód je ekvivalentný prúdu v prstenci s dvoma prerušeniami: elektróny v jednotlivých časticiach sa pohybujú opačnými smermi. Tieto oscilácie vyvolajú zápornú magnetickú odozvu podobne ako prúd v prerušenom prstenci. Vhodne sformovaná dvojica kovových častíc preto môže vytvárať základnú bunku metamateriálu.

Magnetická odozva v oblasti optických frekvencií

Princíp rezonancie zviazaných oscilátorov umožnil zostrojiť metamateriál s magnetickou odozvou v oblasti viditeľného svetla [33]. Štruktúra pozostávala z pravidelne rozmiestnených dvojíc kovových častíc veľkosti približne 100 nm uložených na dvojrozmernej podložke. Dopadajúca EM vyvolá oscilácie elektrónov v jednotlivých časticiach. Vďaka ich blízkosti nastáva efekt väzby medzi elektrónmi v susedných časticiach, tak ako na obr. 4.13. Vhodnou voľbou tvaru kovových častíc a ich vzájomnej vzdialenosti sa dosiahlo, že celá štruktúra vytvorila vrstvu so zápornou permeabilitou, experimentálne pozorovanou pri frekvenciách zo spektra viditeľného svetla. To nie je v rozpore s Landauovým kritériom (pozri časť 1.3), pretože základná bunka našej štruktúry má rozmer ~ 100 nm, teda niekoľko rádov väčší, ako je rozmer atómov.

KAPITOLA 5

Viazané elektromagnetické vlny

V poslednej kapitole opíšeme niekoľko rôznych fyzikálnych princípov, na základe ktorých môžu byť elektromagnetické vlny viazané na konečnú oblasť priestoru. V predchádzajúcich kapitolách 2 a 3 sme videli príklady takýchto stavov: vlastné stavy fotonických kryštálov, viazané na poruchu periodickej štruktúry alebo povrchové vlny šíriace sa po povrchu fotonického kryštálu. EM pole je lokalizované v okolí poruchy, pretože sa nemôže viazať na vlastné stavy okolitého prostredia. V časti 5.1 uvidíme, že podobne môžu byť EM vlny viazané aj na oblasť s vyšším indexom lomu (*index guiding*), napríklad v dvojrozmernej dielektrickej vrstve alebo v optickom vlákne. Podobné viazané vlny sa šíria aj v jednorozmerných alebo dvojrozmerných fotonických vrstvách, ktoré opíšeme v časti 5.2.

Osobitným typom viazaných vĺn sú *povrchové plazmóny*, ktoré sa šíria pozdĺž rozhrania medzi kovom a dielektrikom (*surface plasmon polariton - SPP*). Týmito vlnami a ich fyzikálnymi vlastnosťami sa budeme zaoberať v časti 5.3. Fyzikálnym princípom väzby je v tomto prípade skoková zmena znamienka elektrickej permitivity na rozhraní [8, 9]. Vhodnou topológiou rozhrania môžeme povrchový plazmón lokalizovať na jednorozmernú štruktúru.

Povrchové vlny môžeme excitovať aj na rozhraní medzi dielektrikom a materiálom so zápornou permeabilitou [16, 42]. Ako sme ukázali v kapitole 2, povrchové vlny sa môžu šíriť aj pozdĺž rozhrania medzi homogénnym materiálom a fotonickým kryštálom, pokiaľ je povrch fotonického kryštálu topologicky narušený [24].

Všetky spomínané vlny majú jednu spoločnú vlastnosť: pohybujú sa pozdĺž jednorozmernej alebo dvojrozmernej štruktúry a exponenciálne zanikajú v jej okolí. Nemôžu sa preto viazať na rovinné vlny z okolitého prostredia. Môžeme ich excitovať napríklad evanescentnými vlnami, ako ukážeme v časti 5.3.

Posledným typom viazaných elektromagnetických vĺn sú lokalizované plazmóny, excitované v kovových nanočasticiach. Tieto opíšeme v časti 5.4. Na rozdiel od predchádzajúcich typov vĺn, lokalizované plazmóny excitujeme priamo dopadajúcou rovinnou elektromagnetickou vlnou.

5.1 Elektromagnetické vlny viazané v dielektriku

Najjednoduchším príkladom viazaných elektromagnetických vĺn je vlna viazaná v tenkej dielektrickej vrstve s permitivitou vyššou, ako je permitivita okolitého prostredia. Na ľavom obrázku 5.1 vidíme príklad dvoch takýchto viazaných vĺn. Viazané vlny majú v priečnom smere profil analogický vlnovej funkcii kvantovej častice viazanej v konečnej potenciálovej jame [16] a šíria sa pozdĺž vrstvy. Fyzikálny dôvod väzby na vrstvu odvodíme z porovnania dvoch vzťahov medzi frekvenciou a vlnovým vektorom:

$$k_\parallel^2 + k_{\perp 1,2}^2 = \frac{\omega^2}{c^2}\epsilon \tag{5.1}$$

pre materiál s permitivitou ϵ. Ak má vrstva permitivitu ϵ_2 väčšiu ako permitivita okolitého prostredia ϵ_1 ($\epsilon_2 > \epsilon_1$), môžu pre danú frekvenciu ω existovať vlastné stavy s pozdĺžnou zložkou vlnového vektora $k_\parallel$, ktoré spĺňajú nerovnosti

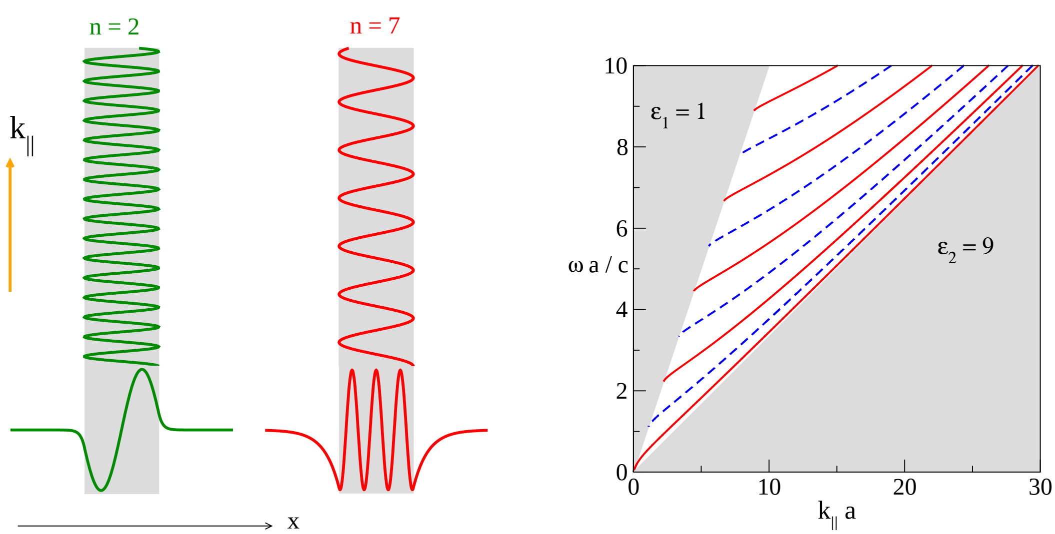
$$\frac{\omega}{c}\sqrt{\epsilon_2} > k_\parallel > \frac{\omega}{c}\sqrt{\epsilon_1} \tag{5.2}$$

Pre takéto stavy je priečna zložka vlnového vektora $k_\perp$ v dielektrickej vrstve reálna

$$k_{\perp 2}^2 > 0 \tag{5.3}$$

ale imaginárna v jej okolí

$$k_{\perp 1}^2 < 0 \tag{5.4}$$



Obr. 5.1. Vľavo: elektromagnetické vlny viazané v tenkej vrstve s permitivitou $\epsilon_2 = 9$ a hrúbkou a. Vektor elektrickej intenzity je rovnobežný s povrchom vrstvy. Profil EM vlny v priečnom smere (os x) je identický s vlnovou funkciou kvantovej častice viazanej v pravouhlej potenciálovej jame konečnej hĺbky [16]. Pravý obrázok zobrazuje disperzné vzťahy vlastných stavov EM poľa viazaných v dielektrickej vrstve hrúbky a. Všetky disperzné krivky ležia mimo svetelného kužeľa vonkajšieho prostredia, pretože podľa vzťahu (5.2) musí byť $k_\parallel > \sqrt{\epsilon_1}\omega/c$. Pre danú frekvenciu ω existuje konečný počet viazaných stavov $N \geq 1$. Stavy sú alebo párne (plná čiara), alebo nepárne (prerušovaná čiara) – tzn. symetrické alebo antisymetrické vzhľadom na rovinu zrkadlenia prechádzajúcu stredom vrstvy.

Viazané stavy teda oscilujú v priečnom smere dielektrickej vrstvy, ale v okolitom prostredí exponenciálne zanikajú so vzdialenosťou od rozhrania.

Pravý obrázok 5.1 ukazuje disperzný vzťah viazanej EM vlny polarizovanej s $\vec{E}$ rovnobežnou s hranicou vrstvy. Počet viazaných stavov je obmedzený ľavou podmienkou (5.2). V každej vrstve vždy existuje minimálne jeden viazaný mód, pretože disperzný vzťah najnižšieho módu na pravom obrázku 5.1 vychádza z bodu $(k_\parallel, \omega) = (0, 0)$.

Pretože celá disperzná krivka viazanej vlny leží mimo svetelného kužeľa EM vĺn v okolitom prostredí, nie je možné viazané stavy excitovať dopadajúcimi rovinnými vlnami. Môžu byť vo vrstve (vlnovode) naviazané EM vlnou prichádzajúcou v smere vrstvy, alebo pomocou evanescentných vĺn, podobne ako sa excitujú povrchové vlny, ktoré opíšeme neskôr v časti 5.3.

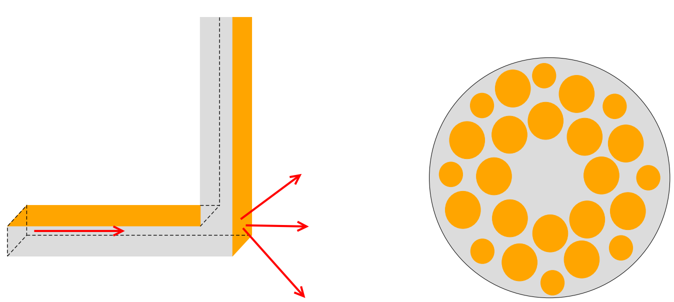
Vlnovod

Jednoduchým zovšeobecnením predchádzajúcich úvah získame viazané stavy EM vĺn šíriacich sa vo vlnovode, v ktorom je elektromagnetické pole priestorovo lokalizované v dvoch priečnych smeroch, napríklad x a y. Disperzný vzťah takejto vlny je analogický disperznému vzťahu pre kvantový elektrón viazaný v kvázijednorozmernom drôte

$$\frac{\omega^2_{n_x n_y}}{c^2}\epsilon_2 = k^2_{xn_x} + k^2_{yn_y} + k^2_\parallel, \qquad n_x,\ n_y = 1, 2, \dots \tag{5.5}$$

pričom permitivita vlnovodu ϵ_2 je väčšia, ako permitivita okolitého prostredia ϵ_1. Podobne ako v prípade dielektrickej vrstvy musia platiť nerovnosti (5.2), pretože v oblasti mimo vlnovodu musí vlna exponenciálne zanikať. Kvantové čísla n_x a n_y definujú stavy EM vlny v priečnom smere. Počet módov s danou frekvenciou zodpovedá všetkým možným stavom, pre ktoré je zložka vlnového vektora $k_\parallel$ v smere vlnovodu reálna.

Viazané stavy vo vlnovode sú stabilné – energia nemôže z prostredia s vyšším indexom lomu uniknúť, pokiaľ vlnovod nebudeme ohýbať. V prípade ohybu vlákna však vlna prichádzajúca z jedného smeru môže preniknúť cez rozhranie medzi vlnovodom a okolitým prostredím. Schematicky je taký únik naznačený na ľavom obrázku 5.2. Pripomeňme, že lineárna porucha vo fotonickom kryštáli je v tomto ohľade stabilnejšia, pretože z nej vlastný mód nemôže uniknúť, ani keď sa porucha zalomí v pravom uhle (obr. 3.9).



Obr. 5.2. Vľavo: schéma zalomeného vlnovodu, ktorý vedie EM vlnu na základe vyššieho indexu lomu vo vlákne (*index guiding*). EM vlna môže z vlákna uniknúť v miestach jeho zakrivenia. Vpravo: prierez fotonickým vláknom. EM vlna sa šíri v jadre vlákna a nemôže uniknúť do okolitého prostredia, pretože jej frekvencia leží zakázanom páse fotonického kryštálu. Z takéhoto vlákna vlna neunikne ani v mieste jeho ohybu.

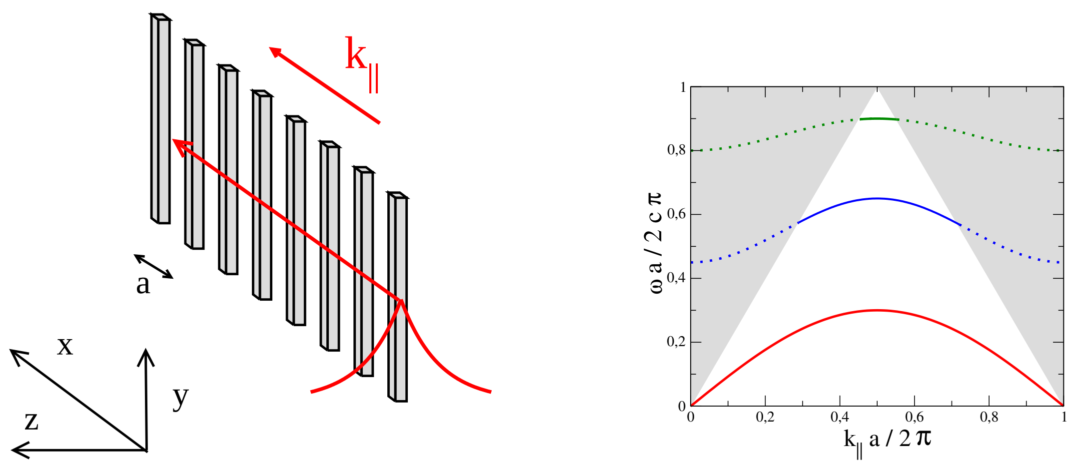
Vyššiu stabilitu prenosu EM vlny má aj fotonické vlákno, ktorého schematický prierez je zobrazený na pravom obr. 5.2. Okolo jadra vlákna, v ktorom prebieha prenos EM vlny, sú vytvorené pravidelné otvory, takže vlna v okolí jadra „cíti" štruktúru fotonického kryštálu. Ak frekvencia EM vlny leží v zakázanom páse fotonickej vrstvy, preniká do okolia jadra len evanescentná vlna, a to aj v prípade, že vlákno ohneme. Fotonické vlákno je teda praktickým príkladom bodovej poruchy v 2D fotonickom kryštáli.

5.2 Fotonické vrstvy

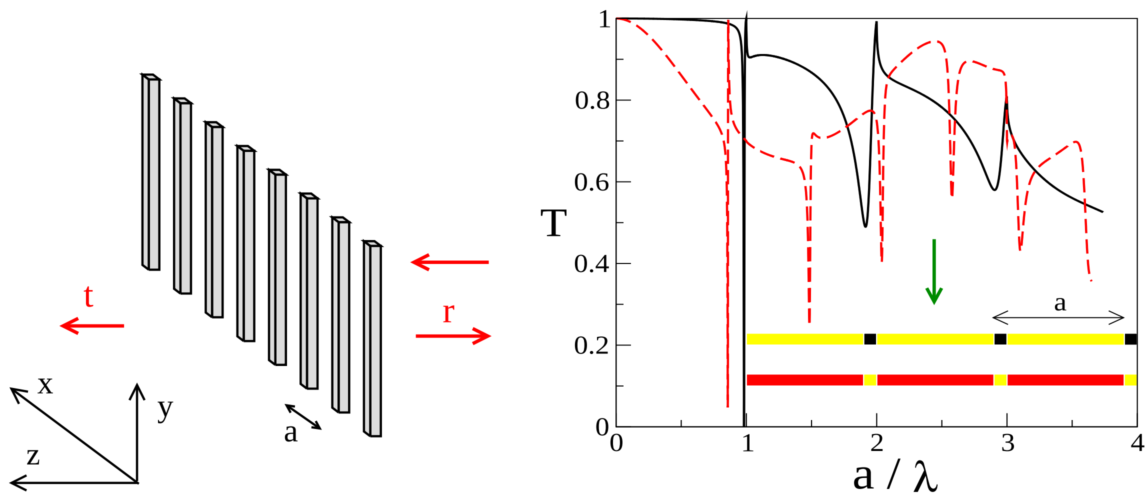
Jednorozmerná fotonická vrstva

Najjednoduchšou fotonickou štruktúrou, v ktorej sa môže šíriť viazaná EM vlna, je rad dielektrických tyčiek (obr. 5.3). Viazaná vlna sa môže šíriť v smere osi x. Dôležitým rozdielom medzi tenkou dielektrickou vrstvou a štruktúrou na obr. 5.3 je to, že vďaka priestorovej periodicite v smere osi x je oblasť viazaných stavov menšia, pretože je obmedzená na prvú Brillouinovu zónu (pravý obrázok 5.3). Podobne ako vo fotonických kryštáloch môžu aj v spektre fotonickej vrstvy vznikať zakázané pásy.

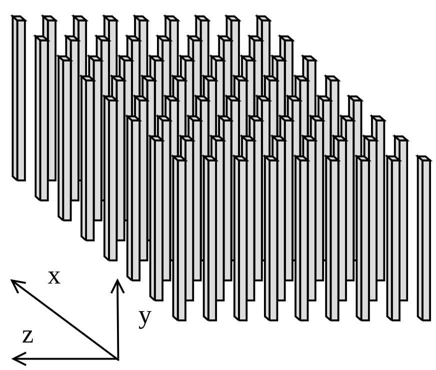
Zaujímavá je elektromagnetická odozva fotonickej vrstvy na dopadajúce EM pole, ukázaná na pravom obrázku 5.4. Vidíme, že aj jediný rad tenkých dielektrických tyčiek podstatne ovplyvní prechod dopadajúcej EM vlny. Okrem Fabry-Perotových oscilácií koeficientu prechodu sú v spektre pozorované *Fanove rezonancie*, pri ktorých sa koeficient prechodu prudko mení medzi nulou a jednotkou. Tieto rezonancie súvisia s interakciou dopadajúcej EM vlny s vlastnými *leaky*



Obr. 5.3. Vľavo: jediný rad dielektrických tyčiek vytvára vrstvu, v ktorej sa môže šíriť viazaný mód elektromagnetickej vlny. Vlna exponenciálne zaniká v smere z. Tyčky môžu mať konečnú dĺžku v smere y. Vtedy vzniká fotonická analógia jednorozmerného vlnovodu. Vpravo: schematický náčrt spektra viazaných stavov. Systém je v smere osi x periodický s periódou a, preto sú stavy s vlnovými vektormi $k_\parallel$ a $k_\parallel \pm 2\pi/a$ ekvivalentné. Preto má svetelný kužeľ na pravom obrázku dve časti – pravá zodpovedá vlnovému vektoru $2\pi/a - k_\parallel$, ekvivalentnému $-k_\parallel$. Disperzný vzťah viazaných stavov je preto symetrický vzhľadom na zámenu $k_\parallel \to 2\pi/a - k_\parallel$. Viazané stavy môžu vzniknúť len v oblasti mimo svetelného kužeľa. Stavy vyznačené prerušovanými čiarami zodpovedajú nestabilným *leaky* módom. Na rozdiel od viazaných stavov, tieto stavy môžu byť excitované dopadajúcim svetlom.



Obr. 5.4. Vľavo: rozptyl dopadajúcej EM vlny na rade dielektrických tyčiek. Vlna dopadá kolmo v smere osi z s vlnovým vektorom $\vec{k} = (0, 0, k_z)$. Permitivita tyčiek $\epsilon = 4$. Pravý obrázok ukazuje závislosť koeficientu prechodu EM vlny od vlnovej dĺžky pre dve rôzne štruktúry líšiace sa rozmerom dielektrickej tyčky: $b_x \times b_z = a/10 \times a/10$ (plná čiara), $b_x \times b_z = 9a/10 \times a/10$ (prerušovaná čiara). V prvom priblížení závislosť T od vlnovej dĺžky pripomína Fabry-Perotove oscilácie pozorované na tenkej homogénnej vrstve (pozri obr. 1.6). Ostré rezonancie (Fanove rezonancie) zodpovedajú frekvenciám, pri ktorých sa v štruktúre excitujú vlastné stavy ležiace vo vnútri svetelného kužeľa (*leaky* módy), interagujúce s dopadajúcou vlnou. V dolnej časti obrázku je schematicky načrtnutý prierez uvažovaných štruktúr. Šípka ukazuje smer dopadajúcej EM vlny.



Obr. 5.5. Fotonická vrstva zložená z dielektrických tyčiek konečnej dĺžky. Viazané stavy sa šíria v rovine xz a exponenciálne zanikajú v smere y.

módmi fotonického kryštálu, ktoré ležia vo vnútri svetelného kužeľa, a preto môžu interagovať s dopadajúcou EM vlnou [32]. Najjednoduchšiu teóriu takejto interakcie sme odvodili v časti 2.5. V kapitolách 2 a 3 sme našli vlastné frekvencie viazaných stavov z polohy rezonancií koeficientu prechodu. Podobne teraz dokážeme z polohy Fanových rezonancií identifikovať (experimentálne alebo numericky) vlastné frekvencie módov fotonickej vrstvy. Rozdiel je len v tom, že pre fotonickú vrstvu amplitúda prechodu $|t|$ osciluje v závislosti od pomeru a/λ a dosahuje hodnoty blízke jednotke. Preto sa frekvenčná závislosť koeficientu prechodu v okolí rezonancie na obr. 5.4 líši od Lorentzovej funkcie (2.33).

Dvojrozmerná fotonická vrstva

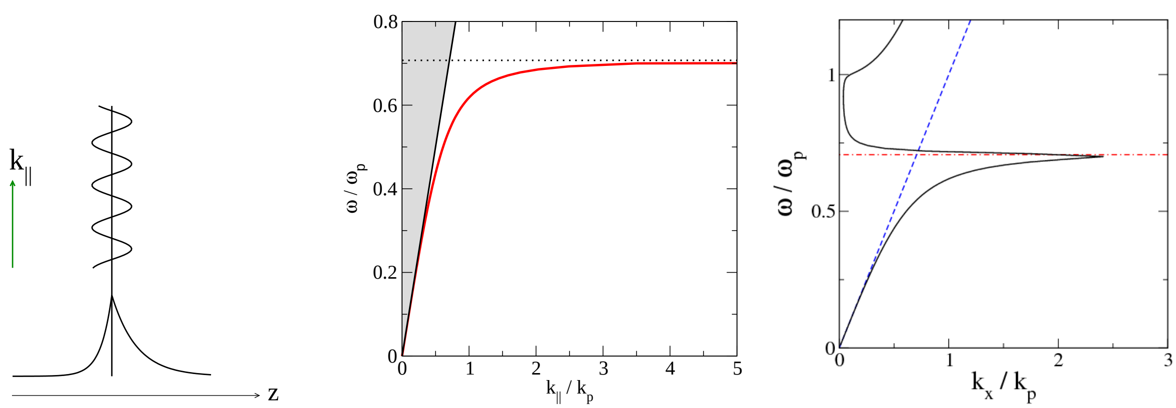
Dvojrozmerný fotonický kryštál s konečnou hrúbkou v smere osi z vytvára fotonickú vrstvu (obr. 5.5). Spektrum stabilných vlastných stavov takejto vrstvy je podobne ako spektrum dielektrickej vrstvy obmedzené na oblasť mimo svetelného kužeľa. Na rozdiel od homogénnych dielektrických vrstiev je však štruktúra svetelného kužeľa zložitejšia [1]. Pri dopade EM vlny zo smeru y môžeme opäť excitovať nestabilné módy, ktoré sa prejavia v koeficiente prechodu ako Fanove rezonancie, diskutované v opise obrázku 5.4 [32].

5.3 Povrchové EM vlny (povrchové plazmóny)

Iným príkladom viazaných stavov EM poľa sú povrchové EM vlny, ktoré sa šíria pozdĺž rozhraní medzi dvoma materiálmi a exponenciálne klesajú so vzdialenosťou od rozhrania (ľavý obr. 5.6). Najznámejším prípadom sú povrchové plazmóny excitované na rozhraní kov – dielektrikum (*surface plasmon polariton - SPP*). Povrchová elektromagnetická vlna viazaná na rozhranie v rovine $z = 0$ exponenciálne klesá na oboch stranách rozhrania.

$$E_z(z) \propto e^{-i\omega t} e^{i\vec{k}_\parallel \cdot \vec{r}} \times \begin{cases} e^{-\kappa_d z} & z > 0 \\ \\ e^{+\kappa_m z} & z < 0 \end{cases} \tag{5.6}$$

Disperzný vzťah povrchového plazmónu môžeme odvodiť priamo z Maxwellových rovníc a z podmienky spojitosti polí a vlnového vektora na rozhraní. Jednoduchšie ho získame pomocou prechodovej matice (1.65), ktorá definuje prechod TM polarizovanej EM vlny cez rozhranie.



Obr. 5.6. Povrchová EM vlna sa šíri pozdĺž rozhrania kov- dielektrikum. Prostredný obrázok ukazuje disperzný vzťah pre ideálny bezstratový kov s permitivitou danou Drudeho vzťahom (1.49). ω_p je plazmová frekvencia kovu, $k_p = \omega_p/c$, permitivita dielektrika $\epsilon_d = 1$. Vyšrafovaná oblasť je svetelný kužeľ $k_\parallel < \omega/c$. Pravý obrázok ukazuje, ako sa disperzný vzťah povrchového plazmónu zmení vplyvom absorpčných strát v kove: stratí sa oblasť veľmi veľkých hodnôt $k_\parallel$ a v oblasti frekvencií $\omega/\omega_p < 1$ sa objaví vysoko stratový druhý pás [43]. Pre frekvencie v treťom páse je $\omega > \omega_p$, preto má kov už kladnú permitivitu. Disperzný vzťah pre povrchovú vlnu na rozhraní vzduchu a left-handed materiálu je na obr. 5.15.

Viazané stavy na rozhraní sú definované podmienkou (1.76)

$$M_{22}(i\kappa_d, i\kappa_m) = 0 \tag{5.7}$$

Po dosadení za M_{22} zo vzťahu (1.65) dostaneme

$$\frac{\epsilon_d}{\kappa_d} + \frac{\epsilon_m}{\kappa_m} = 0 \tag{5.8}$$

Pretože κ_d aj κ_m sú v súlade s (5.6) kladné, môže TM polarizovaná povrchová EM vlna existovať len na rozhraniach, na ktorých permitivita ϵ skokom mení svoje znamienko.

Z disperzného vzťahu (5.8) a vzťahu medzi vlnovým vektorom a frekvenciou

$$\begin{aligned} \frac{\omega^2}{c^2}\epsilon_d &= k_\parallel^2 - \kappa_d^2 \qquad && z > 0 \\ \frac{\omega^2}{c^2}\epsilon_m &= k_\parallel^2 - \kappa_m^2 \qquad && z < 0 \end{aligned} \tag{5.9}$$

odvodíme explicitný tvar pozdĺžnej zložky vlnového vektora:

$$k_\parallel = \frac{\omega}{c}\sqrt{\frac{\epsilon_d\,\epsilon_m}{\epsilon_d + \epsilon_m}} \tag{5.10}$$

ktorý definuje disperzný vzťah povrchovej vlny (prostredný obrázok 5.6) a priečnych zložiek v dielektriku, resp. v kove

$$\kappa_d = \frac{\omega}{c}\sqrt{\frac{-\epsilon_d^2}{\epsilon_d + \epsilon_m}}, \qquad \kappa_m = \frac{\omega}{c}\sqrt{\frac{-\epsilon_m^2}{\epsilon_d + \epsilon_m}} \tag{5.11}$$

Pokles EM vlny na oboch stranách rozhrania môže byť rádovo odlišný.

Pretože $k_\parallel$ musí byť reálne, dostaneme z rovnice (5.10) podmienku pre povolené frekvencie povrchovej vlny

$$\epsilon_d + \epsilon_m < 0 \tag{5.12}$$

Napríklad pre Drudeho permitivitu dostaneme

$$\omega \le \frac{\omega_p}{\sqrt{1 + \epsilon_d}} \tag{5.13}$$

Z rovnice (5.10) vidíme, že

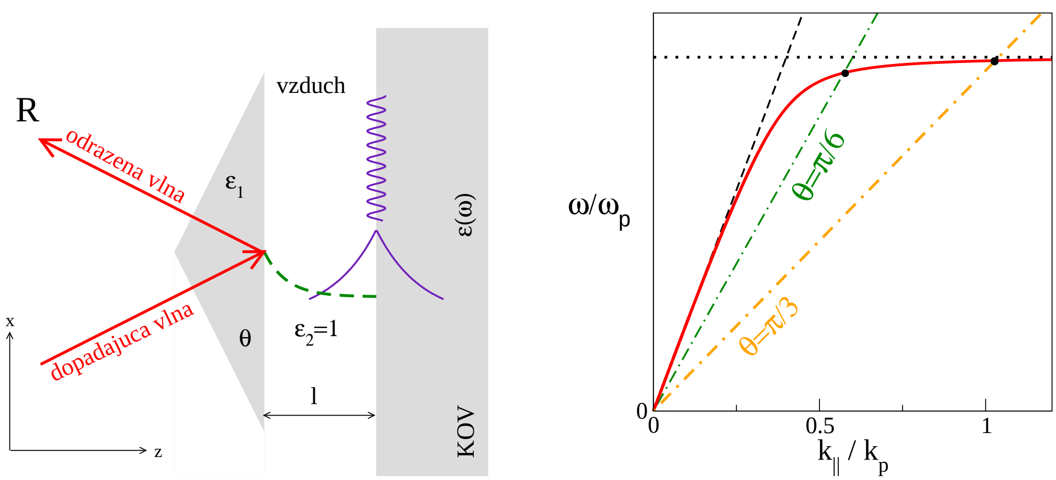
$$k_\parallel > \frac{\omega}{c}\sqrt{\epsilon_d} \tag{5.14}$$

Disperzná krivka $\omega = \omega(k_\parallel)$ leží teda mimo svetelného kužeľa EM vlny šíriacej sa v dielektriku. Preto sa povrchová vlna neviaže na dopadajúce EM pole, ani nemôže byť excitovaná EM žiarením dopadajúcim na povrch kovu.

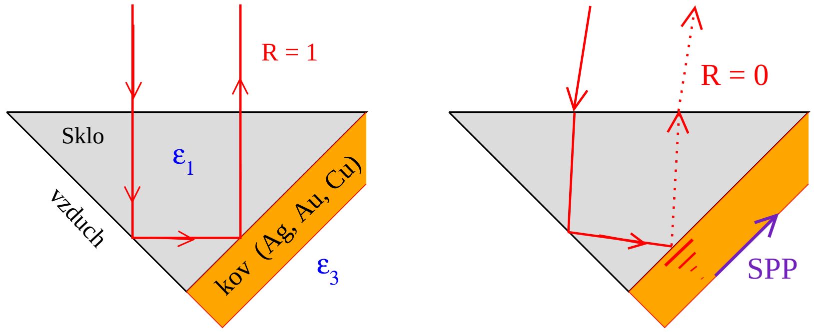
Excitácia povrchových vĺn

Dve najčastejšie používané metódy excitácie povrchových EM vĺn sú zobrazené na obrázkoch 5.7 a 5.8. Obe sú založené na tom istom princípe: dopadajúca EM vlna najprv prechádza do prostredia s vyššou permitivitou, čím narastie jej vlnový vektor. V tomto prostredí dochádza k úplnému odrazu EM vlny a vzniku evanescentných vĺn. Pretože evanescentné vlny exponenciálne klesajú v smere kolmom na rozhranie, majú zložku vlnového vektora $k_\parallel > \omega/c$ a môžu na povrchu kovu excitovať povrchový plazmón. Rozdiel medzi obomi metódami je v tom, že v konfigurácii na obr. 5.7 dochádza k úplnému odrazu na rozhraní sklo – vzduch a evanescentné vlny sa šíria vo vzduchu (Ottova konfigurácia), zatiaľ čo na obr. 5.8 sa EM vlna odráža od rozhrania sklo – kov, evanescentné vlny prechádzajú kovovou vrstvou a excitujú plazmón na opačnej strane kovovej vrstvy (Kretschmanova konfigurácia). Pretože amplitúda evanescentnej vlny exponenciálne klesá so vzdialenosťou od rozhrania, musí mať vzduchová resp. kovová vrstva hrúbku len niekoľko desiatok nanometrov.

V experimente sa mení uhol dopadu rovinnej vlny a meria sa koeficient odrazu ako funkcia uhla dopadu. Excitácia plazmónu sa pozoruje ako prudký pokles koeficientu odrazu pre uhol, (obr. 5.9) pri ktorom sa disperzné vzťahy povrchového plazmónu a rovinnej vlny v skle pretnú (pravý obrázok 5.7).



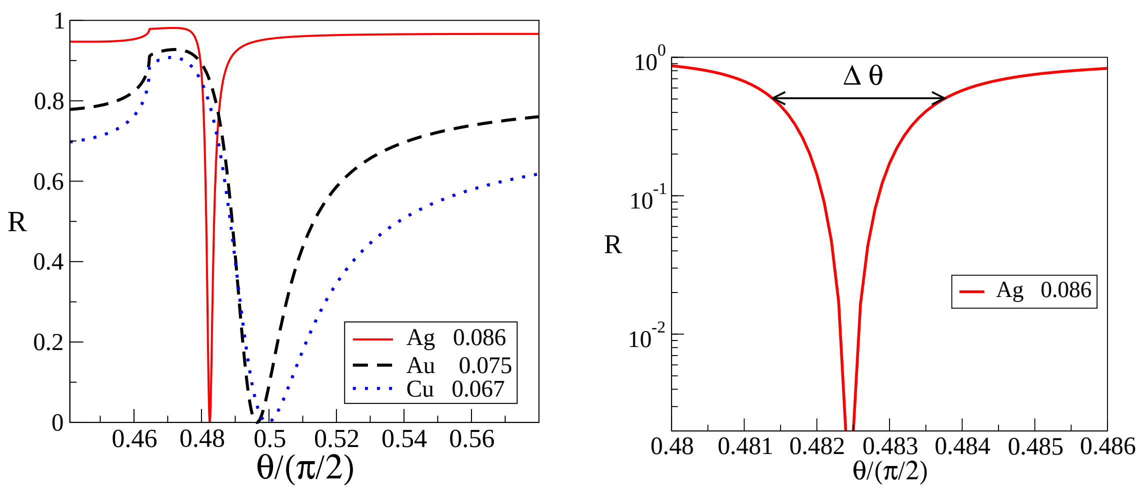
Obr. 5.7. Schéma experimentu, pri ktorom sa excituje povrchový plazmón (Ottova konfigurácia). Dopadajúca EM vlna prechádza skleneným hranolom, v ktorom je jej vlnový vektor väčší ako vo vzduchu. Vo vnútri hranola dochádza k úplnému odrazu. Evanescentné vlny v tenkej vrstve medzi hranolom a kovom majú vložku vektora $k_\parallel > \omega/c$, a preto môžu pri dopade na povrch kovu excitovať plazmón. Podmienkou excitácie je splnenie vzťahu (5.10). Túto hodnotu $k_\parallel$ môžeme dosiahnuť zmenou uhla dopadu EM vlny. Ak sa plazmón neexcituje, všetka dopadajúca energia vlny sa odrazí a v experimente meriame koeficient odrazu $R = 1$. Pri excitácii plazmónu prejde všetka energia dopadajúcej vlny do povrchového plazmónu, preto $R = 0$. Pravý obrázok ukazuje disperzný vzťah plazmónu a dopadajúcej vlny. Priesečník oboch kriviek definuje podmienku excitácie plazmónu. Excitáciu povrchovej vlny pozorujeme ako prudký pokles koeficientu odrazu pri zodpovedajúcom uhle.



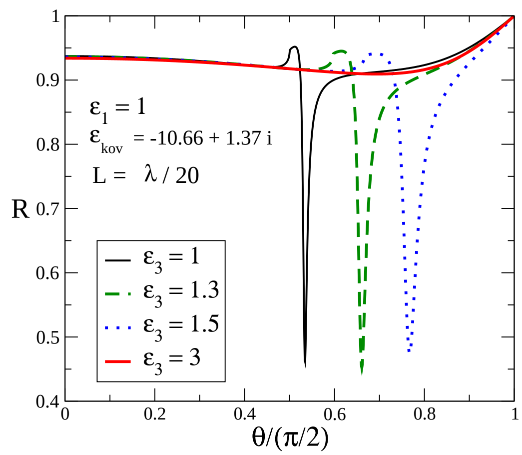
Obr. 5.8. Kretschmannova konfigurácia umožňujúca excitáciu povrchového plazmónu. Tenká kovová vrstva je naparená na jednu stranu pravouhlého skleneného hranola. Dopadajúca EM vlna sa úplne odráža od jednej steny hranola. Pri následnom odraze od steny s naparenou kovovou vrstvou vzniká evanescentná vlna, ktorá exponenciálne klesá v kovovej vrstve a môže excitovať povrchový plazmón *na opačnej strane tenkej kovovej vrstvy*, teda na rozhraní medzi kovom a dielektrikom s permitivitou $\epsilon_3 < \epsilon_1$. Otáčaním hranola meníme uhol dopadu EM vlny. Pri rezonančnom uhle, kedy je splnená podmienka (5.10), dôjde k excitácii povrchového plazmónu, ktorý preberie energiu dopadajúcej vlny. Preto koeficient odrazu R klesne do nuly, podobne ako pri konfigurácii na obr. 5.7.

Citlivosť na materiálové parametre

Povrchové plazmóny sú zaujímavé svojou extrémnou citlivosťou na podmienky svojej excitácie. Na ľavom obrázku 5.9 vidíme závislosť koeficientu odrazu R od uhla θ, pod ktorým dopadá EM vlna na rozhranie sklo-kov v Kretschmannovej konfigurácii (obr. 5.9). Excitácia povrchového plazmónu sa prejaví ako prudký pokles R do nuly pri určitej hodnote uhla θ. Oblasť, v ktorej R



Obr. 5.9. Experimentálne sa excitácia povrchovej vlny v konfigurácii na obr. 5.8 pozoruje z uhlovej závislosti koeficientu odrazu R (obrázky ukazujú výsledok numerickej simulácie experimentu). Ľavý obrázok ukazuje R ako funkciu uhla dopadu pre tri rôzne kovy. Pretože kovy majú rôznu permitivitu, musí mať kovová vrstva pre každý kov inú hrúbku. Na obrázku je udaný pomer ℓ/λ hrúbky vrstvy k vlnovej dĺžke dopadajúcej EM vlny. Pravý obrázok ukazuje detail uhlovej závislosti R pre striebornú vrstvu. Všimnime si, že excitácia plazmónu je extrémne citlivá na uhol dopadu: R klesne z hodnoty $R = 0,5$ na nulu pri zmene uhla dopadu menšej ako $\Delta\theta = \pi/2000$, teda menej ako 0,2 stupňa.



Obr. 5.10. Uhlová závislosť koeficientu odrazu pre štyri rôzne permitivity vonkajšieho prostredia ϵ_3 v Kretschmannovej konfigurácii (obr. 5.9). Aj veľmi malá zmena permitivity ϵ_3 spôsobí veľkú, ľahko pozorovateľnú zmenu rezonančného uhla dopadu.

poklesne, je, predovšetkým v prípade striebornej vrstvy, veľmi úzka.

Podobne pozorujeme mimoriadne citlivú závislosť rezonančného uhla, pri ktorom sa excituje plazmón, od permitivity materiálu, ktorý je v kontakte s kovom (obr. 5.8). Ako ukazuje obr. 5.10, už malá zmena permitivity ϵ_3 vonkajšieho prostredia vyvolá merateľnú zmenu uhla, pri ktorom je povrchový plazmón excitovaný. Preto sa povrchové plazmóny používajú na detekciu cudzorodých chemických látok. Veľmi malá koncentrácia cudzorodého materiálu zmení permitivitu ϵ_3, čo spôsobí zmenu rezonančného uhla o merateľnú hodnotu.

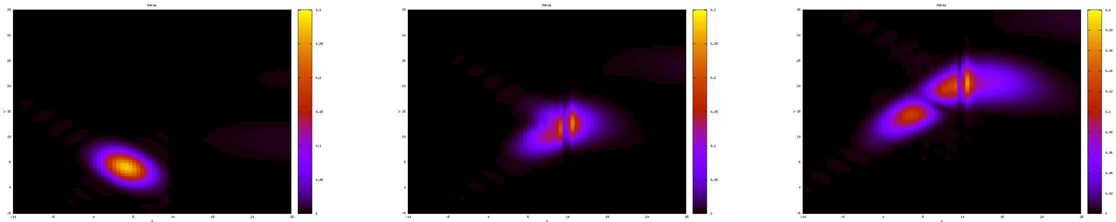
5.3.1 Stabilita povrchovej vlny

Povrchová vlna na rozhraní kovu a dielektrika má veľmi krátku dobu života. Jedným z dôvodov je absorpcia energie v kove. Zastavíme sa pri iných dvoch mechanizmoch ktorými povrchová vlna stráca energiu.

Ak sa povrchová vlna excituje na povrchu kovu napríklad v konfigurácii obr. 5.8, potom jej priestorové rozloženie síce exponenciálne klesá smerom od rozhrania, zasahuje však malou časťou cez kovovú vrstvu spať až do skleneného hranola. V hranole sa ale povrchová vlna môže viazať na rovinnú vlnu s tými istými parametrami, aké má dopadajúca vlna, ktorá plazmón excitovala. Táto väzba spôsobí, že energia vlny sa postupne „vyparí" vo forme rovinnej vlny späť do hranola. Proces je modelovaný numericky na obr. 5.11.

Iným mechanizmom straty energie je radiácia vyvolaná rozptylom povrchovej vlny na nehomogenitách a nečistotách na povrchu kovu. Ukážeme tieto straty na najjednoduchšom príklade prechodu povrchovej vlny cez rozhranie medzi dvoma oblasťami pokrytými rôznym dielektrikom (obr. 5.12).

Na rozhraní medzi oboma oblasťami musia byť splnené podmienky spojitosti tangenciálnych zložiek elektrického a magnetického poľa (rovnice 1.53). Priestorové rozloženie EM poľa v povrchovej vlne však exponenciálne klesá. Preto podmienky spojitosti nemôžu byť splnené bez toho, aby sa prechodu plazmónu cez rozhranie nezúčastnili aj rovinné vlny, ktoré dopadajúci plazmón v procese rozptylu na rozhraní excituje. Energia týchto rovinných vĺn určuje radiačné



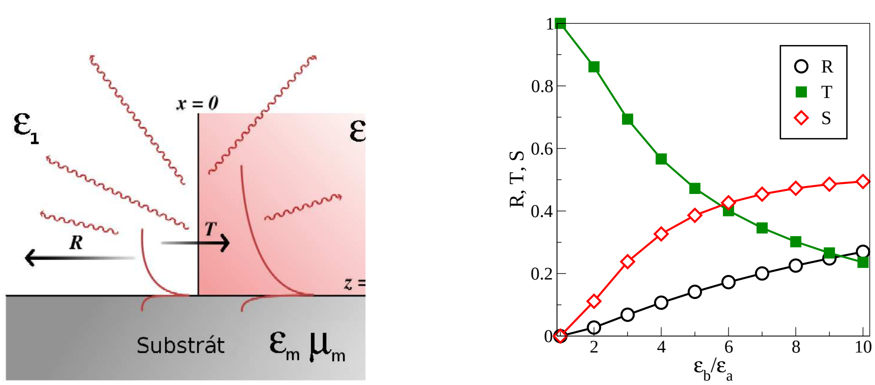
Obr. 5.11. Časový vývoj vlnového balíka dopadajúceho na tenkú kovovú vrstvu v konfigurácii obrázku 5.8. Vlnový balík prichádza zľava odspodu. V priebehu dopadu balíka vidieť povrchovú vlnu šíriacu sa po opačnej strane kovovej vrstvy (prostredný obrázok – tu vidieť aj polohu kovovej vrstvy a jej hrúbku). Na pravom obrázku sa časť odrazenej vlny, ako aj časť vlny, ktorá presiakla späť do ľavého prostredia (*leaky mode*) pohybujú smerom doľava nahor. [41].

straty pri rozptyle. Pravý obrázok ukazuje, že s nárastom kontrastu v indexe lomu radiačné straty narastajú. Povrchová vlna môže rozptylom na jedinom rozhraní vyžiariť až 50% energie.

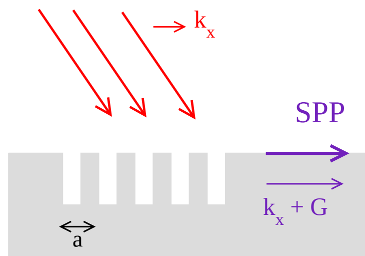
Samozrejme, existuje aj opačný proces: dopadom rovinnej vlny na rozhranie excitujeme povrchové vlny, odchádzajúce v oboch oblastiach od rozhrania. Kvalitatívna analýza účinnosti tohto procesu je uvedená v práci [43].

5.3.2 Iné možnosti excitácie povrchových vĺn

Povrchový plazmón (SPP) môžeme na povrchu kovu excitovať aj dopadom EM vlny na periodicky modulovaný povrch kovu (obr. 5.13), pokiaľ medzi zložkami vlnových vektorov dopadajúcej vlny



Obr. 5.12. Ľavý obrázok zobrazuje schému prechodu povrchovej EM vlny cez rozhranie medzi dvoma dielektrikami. Povrchová vlna sa šíri po povrchu kovu s permitivitou ϵ_{kov} a zľava dopadá na rozhranie medzi dvoma dielektrikami, ktoré pokrývajú kov. Koeficienty odrazu R a prechodu T definujú tie časti energie povrchového plazmónu, ktoré sa odrazia od rozhrania alebo cezeň prejdú. Veľká časť energie S dopadajúceho plazmónu sa však v procese rozptylu na rozhraní vyžiari vo forme rovinných vĺn. Na pravom obrázku je závislosť koeficientu odrazu R, koeficientu prechodu T a radiačných strát S od kontrastu elektrickej permitivity na rozhraní ($R+T+S=1$). Pre veľký kontrast sa počas rozptylu môže vyžiariť až 50% celkovej energie prichádzajúcej povrchovej vlny [43].



Obr. 5.13. Vľavo: povrchovú vlnu môžeme excitovať aj priamo dopadajúcou EM vlnou, ak je povrch kovu periodicky modulovaný. Pre danú frekvenciu dopadajúcej rovinnej vlny môže byť povrchová vlna excitovaná, ak jej vlnový vektor spĺňa podmienku $k_{\|} = k_x + G$, kde $G = 2\pi/a$ (rovnica 5.15).

a plazmónu rovnobežnými s rozhraním platí Braggova podmienka

$$\vec{k}_{\|}^{\mathrm{SPP}} = \vec{k}_{\|}^{\mathrm{EM}} + \vec{G} \tag{5.15}$$

kde $\vec{G}$ je jeden zo základných vektorov inverzného priestoru.

Excitácia povrchových vĺn na periodicky modulovaných kovových povrchoch ovplyvňuje prechod EM vlny cez veľmi tenké kovové vrstvy narušené pravidelne rozmiestnenými otvormi (obr. 5.14). Ak je polomer r otvorov podstatne menší ako vlnová dĺžka dopadajúceho svetla, potom “klasická” teória predpovedá, že koeficient prechodu naprieč vrstvou bude malý

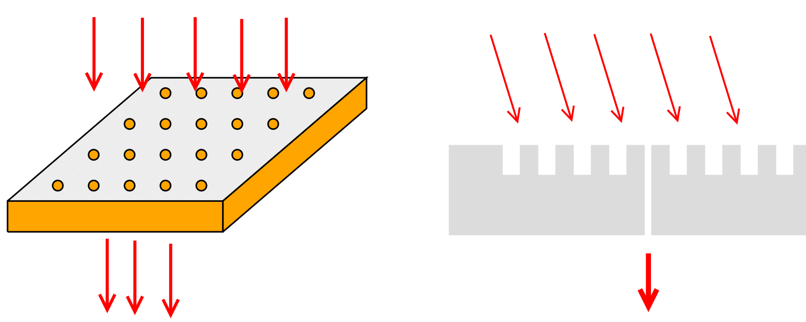
$$T \propto \left(\frac{r}{\lambda}\right)^4, \qquad r \ll \lambda \qquad a \ll \lambda \tag{5.16}$$

V experimente [44] sa však vo frekvenčnej závislosti koeficientu prechodu pozorujú výrazné maximá pre vlnové dĺžky zodpovedajúce približne excitovaným povrchovým vlnám, ktoré ovplyvňujú množstvo energie prenášanej z jednej strany kovovej vrstvy na druhú.

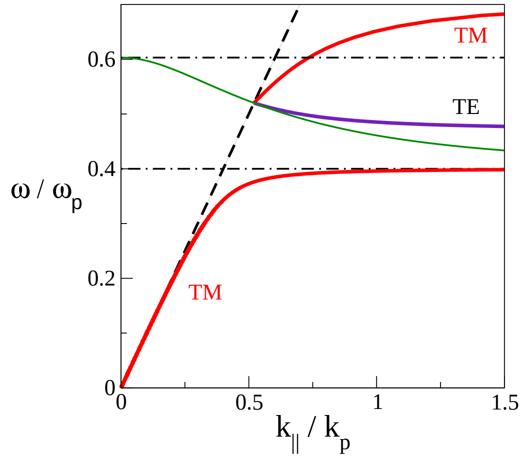
Povrchová vlna na okraji metamateriálu

Na rozhraní dielektrika a metamateriálu so zápornou magnetickou permeabilitou sa môže šíriť TE polarizovaná povrchová vlna. Z explicitného vzťahu pre prechodovú maticu (1.64) odvodíme disperzný vzťah TE vlny, analogický vzťahu (5.8)

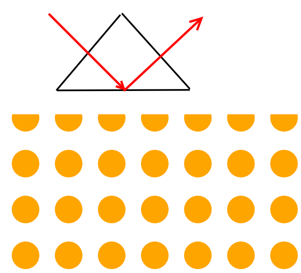
$$\frac{\kappa_1}{\mu_1} + \frac{\kappa_2}{\mu_2} = 0 \tag{5.17}$$



Obr. 5.14. Excitácia povrchových vĺn ovplyvňuje prechod EM vlny naprieč tenkou kovovou vrstvou s periodicky rozmiestneným otvormi (vľavo) alebo periodicky modulovaným povrchom (vpravo).



Obr. 5.15. Disperzné vzťahy pre povrchové vlny na povrchu *left handed* materiálu. Magnetická permeabilita je daná rezonančným vzťahom (4.16). Permitivita $\epsilon = 1 - \omega_p^2/\omega^2$ je záporná pre frekvencie $\omega < \omega_p$. Bodkočiarkované priamky ohraničujú frekvenčnú oblasť, v ktorej je $\mu < 0$. Povrchové vlny môžu byť excitované len v oblasti mimo svetelného kužeľa vonkajšieho prostredia (napravo od prerušovanej čiary) a v oblasti, v ktorej sa nemôžu šíriť EM vlny v *left-handed* materiáli (napravo od tenkej plnej čiary). Pretože LH materiál má zápornú permitivitu aj permeabilitu, môžeme na jeho povrchu excitovať vlny oboch polarizácií [16, 42]. Všimnime si, že horná TM vetva spojite prechádza z oblasti so zápornou permeabilitou do oblasti s kladnou permeabilitou.



Obr. 5.16. Excitácia povrchovej vlny na rozhraní fotonického kryštálu a dielektrika [24]. Povrch kryštálu musí byť deformovaný (napr. deformáciou tyčiek v okrajovom rade). Deformácia vytvára vo vnútri FK lokalizovaný stav s frekvenciou vo vnútri zakázaného pásu. Pokiaľ je táto frekvencia mimo svetelného kužeľa vonkajšieho dielektrika, bude EM vlna viazaná na rozhranie. Povrchové vlny v jednorozmernom FK boli diskutované v časti 2.4.

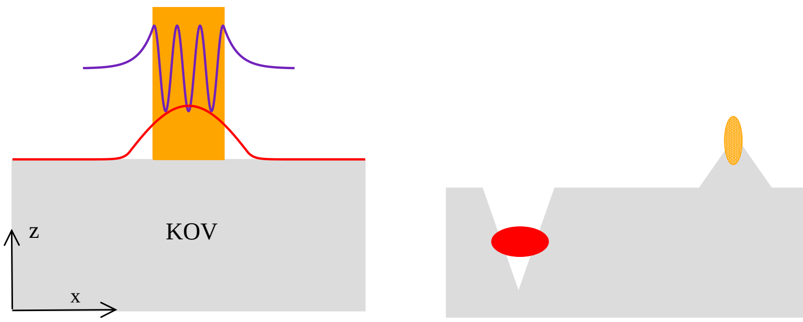
Metamateriály teda rozširujú možnosti štúdia povrchových vĺn. Na obrázku 5.15 sú ukázané disperzné vzťahy pre rozhranie vzduch – left handed materiál.

Povrchová vlna na okraji fotonického kryštálu

Ako sme ukázali v kapitole 2, na okraji fotonického kryštálu môžeme excitovať povrchové vlny, ak sa okraj FK naruší. Povrchová vlna potom zodpovedá viazanému stavu poruchy kryštalickej mriežky a zostane viazaná na povrchu FK, ak jej disperzný vzťah leží mimo svetelného kužeľa okolitého dielektrika. Schéma excitácie povrchového stavu [24] je znázornená na obr. 5.16.

Jednorozmerné povrchové vlny

Povrchové plazmóny môžeme uväzniť do jednorozmerných štruktúr. Ľavý obrázok 5.17 ukazuje možnosť uväznenia plazmónu do jednorozmerného vlnovodu v dielektriku s vyššou permitivitou, ako má okolité prostredie. Na pravom obrázku je plazmón uväznený v jednorozmernej poruche povrchu kovu: v kanáli (channel plasmon) alebo na vyčnievajúcom kovovom hrote.



Obr. 5.17. Príklady lokalizovaných vĺn skoncentrovaných do jednorozmernej štruktúry. Plazmón sa môže šíriť len v smere kolmom na plochu papiera.

5.4 Lokalizované elektromagnetické vlny

Dopadom elektromagnetickej vlny na malé kovové častice v nich môžeme excitovať lokalizované plazmové oscilácie [8]. Rezonančná frekvencia týchto oscilácií závisí od od tvaru a veľkosti častíc. Experimentálne boli pozorované rezonancie v časticiach veľkosti od jednotiek až po stovky nanometrov.

Ak majú častice guľovú symetriu, môžeme rozptyl dopadajúcich EM vĺn a excitáciu lokalizovaného plazmónu analyticky opísať v rámci Mieho teórie rozptylu [12, 14]. V limitnom prípade, keď je polomer kovovej častice a oveľa menší ako vlnová dĺžka λ dopadajúcej EM vlny, sa úloha dá riešiť ako elektrostatická [8]. V kovovej častici s polomerom a umiestnenej v homogénnom elektrostatickom poli $\vec{E}_0$ sa indukuje elektrický dipólový moment

$$\vec{p} = 4\pi\epsilon_0\epsilon_d a^3 \frac{\epsilon(\omega) - \epsilon_d}{\epsilon(\omega) + 2\epsilon_d}\vec{E}_0 \tag{5.18}$$

(ϵ_d je permitivita okolitého prostredia a $\epsilon(\omega)$ je frekvenčne závislá permitivita kovu). Pretože permitivita kovu $\epsilon(\omega)$ je záporná, dipólový moment nadobúda veľké hodnoty, ak je menovateľ v rovnici (5.18) nulový

$$\epsilon(\omega) + 2\epsilon_d = 0 \tag{5.19}$$

Z rovnice (5.19) dostaneme rezonančnú frekvenciu lokalizovaných plazmónov. Napríklad pre permitivitu dielektrika obklopujúceho časticu $\epsilon_d = 1$ a pre permitivitu kovu vyjadrenú Drudeho vzťahom (1.49) dostaneme z rovnice (5.19) rezonančnú frekvenciu

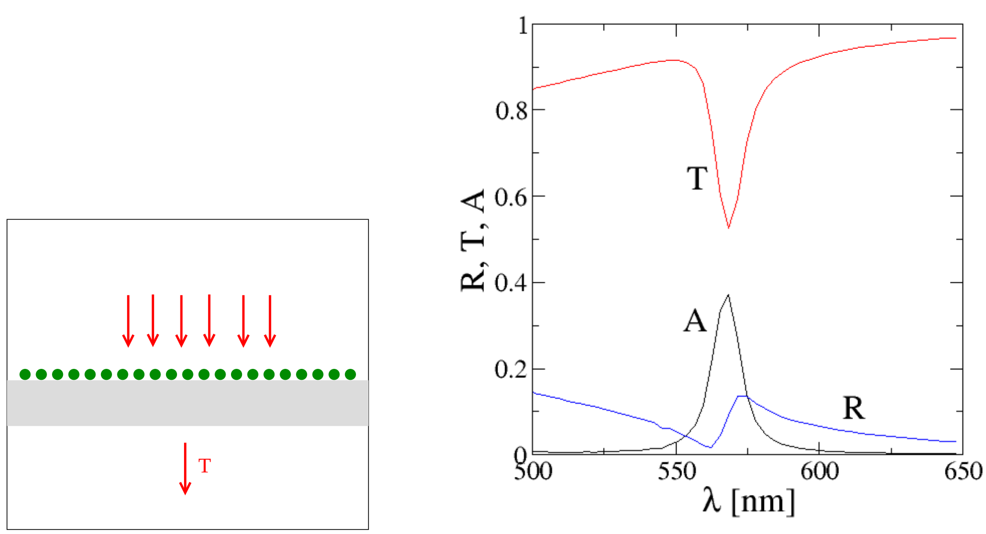
$$\nu = \frac{\nu_p}{\sqrt{3}} \sim 1150 \text{ THz} \tag{5.20}$$

ktorá zodpovedá vlnovej dĺžke $\lambda \approx 260$ nm.

Excitáciu lokalizovaného plazmónu v nanočastici pozorujeme ako pokles koeficientu prechodu cez súbor nanočastíc a nárast absorpcie. Na obr. 5.18 vidíme najjednoduchší experiment, v ktorom sú kovové častice deponované na elektricky nevodivom povrchu. Ako vidieť na pravom obrázku 5.18, rezonanciu pozorujeme pre podstatne vyššie vlnové dĺžky, ako predpovedá statické priblíženie (5.20). Rozptyl EM vlny na nanočastici je preto potrebné opísať v rámci Mieho rozptylovej teórie [11, 12].

Pre kvantitatívny analytický opis rozptylu EM vĺn na kovových nanočasticiach potrebujeme poznať frekvenčnú závislosť elektrickej permitivity kovových nanočastíc. Experimentálne sa overilo, že už tenké kovové vrstvy (hrúbky desiatok nanometrov) majú permitivitu výrazne odlišnú od permitivity objemového materiálu [46]. Jednou z príčin tohto rozdielu je rozptyl elektrónov na hranici kovu, ktorý je v nekonečnom objeme zanedbateľný, ale v častici konečnej veľkosti predstavuje dodatočný rozptylový mechanizmus a spôsobuje nárast absorpcie EM energie v kove.

Rezonančný charakter elektrickej odozvy nanočastíc má za následok, že elektrické pole v okolí nanočastíc môže mať podstatne väčšiu intenzitu, ako je elektrická intenzita dopadajúceho žiarenia. Preto sú lokalizované plazmóny excitované v kovových nanočasticiach často používané na zosilnenie EM signálu v spektroskopii.



Obr. 5.18. Plazmónové excitácie v malých kovových nanočasticiach môžeme vybudiť priamo dopadajúcou EM vlnou. V experimente sú nanočastice uložené na povrchu dielektrickej podložky (ľavý obrázok). Ak je vzdialenosť medzi nanočasticami dostatočne veľká, takže môžeme zanedbať elektromagnetickú väzbu medzi susednými časticami, potom z koeficientu prechodu EM vlny cez takúto vrstvu môžeme nájsť plazmónovú rezonanciu (pravý obrázok), ktorá sa prejaví ako pokles koeficientu prechodu a nárastom absorpcie. Na pravom obrázku sú výsledky numerických simulácií. Experimentálne dáta porovnané s analytickými výpočtami na základe teórie Mieho rozptylu sú v práci [45].

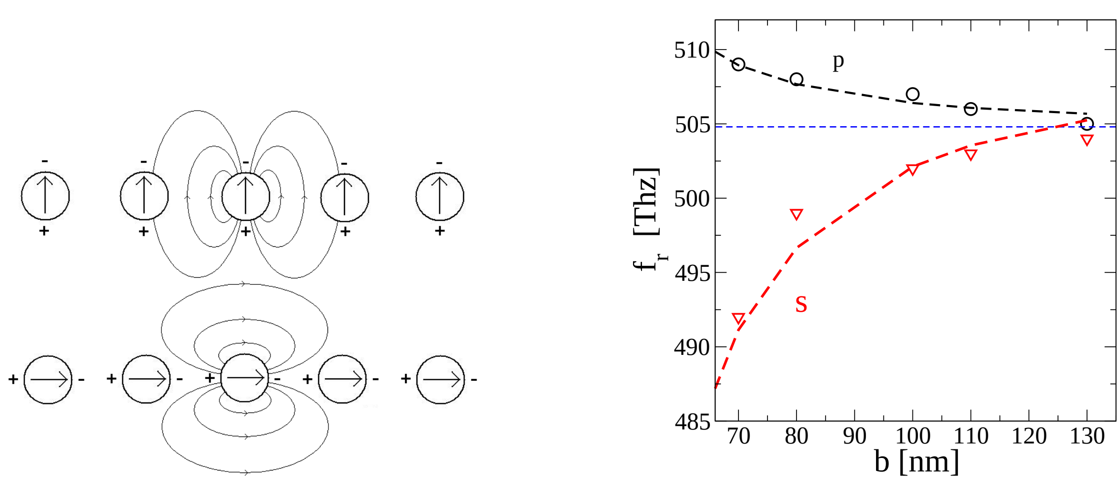
Dipólový charakter excitovaného poľa

Dipólový charakter elektrického poľa v okolí nanočastice

$$\vec{E}_x(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^3}\left[3\,\frac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{r^2}\vec{r} - \vec{p}\right] \tag{5.21}$$

môžeme overiť analýzou interakcie susediacich nanočastíc.

Elektrické pole vytvorené susednými časticami ovplyvňuje polohu plazmónovej rezonancie (obr. 5.19). Posuv rezonančnej frekvencie je taký istý, aký spôsobí interakcia susedných dipólov a závisí od ich vzájomnej orientácie, ktorá je daná polarizáciou dopadajúcej EM vlny.



Obr. 5.19. Ľavý obrázok znázorňuje lineárnu retiazku kovových nanočastíc. Dopadajúca EM vlna v nich indukuje dipólové momenty orientované v súlade s rovnicou (5.18) v smere dopadajúceho elektrického poľa. Interakcia susedných nanočastíc preto závisí od polarizácie dopadajúcej EM vlny. Na pravom obrázku vidíme, ako sa vplyvom vzájomnej interakcie medzi časticami posunie rezonančná frekvencia f_r lokalizovaných plazmónov. Rezonančná frekvencia narastie pre priečne polarizované pole (p) a klesne pre pozdĺžne pole (s). Prerušované čiary zodpovedajú $1/b^3$ – závislosti rezonančnej frekvencie od vzdialenosti b susedných častíc v retiazke, ktorá potvrdzuje dipólový charakter elektrického poľa v okolí častice.

Záver

V predloženom učebnom texte sme opísali základné fyzikálne princípy šírenia elektromagnetických vĺn v niekoľkých typoch fotonických štruktúr: vo fotonických kryštáloch, v metamateriáloch a v plazmonických štruktúrach. Poukázali sme na viaceré zaujímavé vlastnosti týchto materiálov.

Nerobíme si nárok na úplnosť takéhoto opisu. Vynechali sme mnohé dôležité témy, ktoré by si zaslúžili pozornosť: laboratórnu prípravu jednotlivých štruktúr, materiály, z ktorých sú fotonické štruktúry pripravené, experimentálne metódy merania interakcie fotonických štruktúr s elektromagentickými vlnami, ako aj opis bohatých aplikácií fotonických štruktúr v technickej praxi. Vyhli sme sa aj opisu používaných numerických metód a všeobecnému prehľadu najnovších vedeckých výsledkov. Všetky tieto témy sú podrobne preberané v odbornej literatúre. Budeme radi, ak tento text motivuje čitateľa k ich ďalšiemu štúdiu.

Literatúra

[1] JOANNOPOULOS, J. D. – JOHNOSN, S. G. – WINN, J. N. – MEADE, R. G.: *Photonic Crystals: Molding the Flow of Light. 2nd edition.* Princeton: Princeton University Press, 2008. ISBN 978-0-961-12456-8

[2] SAKODA, K.: *Optical Properties of Photonic Crystals* Berlin Heidelberg: Springer, 2005. ISBN 3-540-41199-2

[3] YEH, P.: *Optical Waves in Layered Media. 2nd. edition. (Willey Series in Pure and Applied Optics).* New York: John Willey and Sons, 2005.

[4] *Photonic Crystals and Light Localization in the 21st Century* Editor SOUKOULI, C. M., NATO Science Series C vol **563** Kluwer Acad. publ. 2001 ISBN 0-7923-6948-3

[5] BUSCH, K. *et al.*: *Periodic nanostrutures for photonics.* Phys. Rep. **444**, 101 (2007).

[6] ENGHETA,-N., – ZIOLKOWSKI,-R.-W. (Editors): *Metamaterials: Physics and Engineering Explorations.* New York: J. Wiley & Sons, 2006.

[7] SARYCHEV,-A.-K., – SHALAEV,-V.-M.: *Electrodynamics of Metamaterials.* Singapore: World Scientific (2007).

[8] MAIER, S. A.: *Plasmonics: Fundamentals and Applications* : Springer, 2007. ISBN 978-0387-33150-8

[9] ZAYATS, A. V. *et al.*: *Nano-optics of surface plasmon polaritons.* Phys. Rep. **408**, 131 (2005).

[10] LANDAU, L. D., LIFSHITZ, E. M., PITAEVSKII, L. P.: *Electrodynamics of Continuous Media* Oxford: Pergamon, 1984.

[11] JACKSON, J. D.: *Classical Electrodynamics. 3rd. edition.* New York: John Willey and Sons, 1999. ISBN

[12] BORN, M. – WOLF, E.: *Principles of Optics. 7nd edition.* Cambridge: Cambridge University Press, 1999. ISBN 978-0-521-64222-4

[13] KITTEL, Ch.: *Introduction to Solid State Physics, 8th edition* : John Willey and Sons, 2005. ISBN 978-0-471-41526-8

[14] van de HULST, H. C.: *Light Scattering by Small Particles* New York: Dover Publ. 1981.

[15] LONDERGAN, J. T., CARINI, J. P., MURDOCK, D. P.: *Binding and Scattering in Two-Dimensional Systems* Berlin: Springer 1999. ISBN 3-540-66684-2

[16] MARKOŠ, P. – SOUKOULIS, C. M.: *Wave Propagation: From Electrons to photonic Crystals and Left-handed Materials.* Princoeton: Princeton University Press, 2008. ISBN 978-0-691-13003-3

[17] GRIMVALL, G.: *Thermophysical Properties of Materials.* Elsevier, Amsterdam (1999), chapter 17.

[18] TIRPÁK, A.: *Elektromagnetizmus. 2. vydanie.* Bratislava: IRIS, 2011. ISBN 978-80-89238-46-0

[19] DIEŠKA, P.: *Šírenie elektromagnetickej vlny (ELMV) v periodicky vrstevnatom dielektriku.* nepublikované

[20] WINN, J. N. Y. *et al.*: *Omnidirectional reflection from a one-dimensional photonic crystal.* Opt. Lett. **23**, 1573 (1998).

[21] KOSAKA, H. *et al.*: *Superprism phenomena in photonic crystals.* Phys. Rev. B **58**, R10096 (1998).

[22] TAFLOVE, A.: *Computational Electrodynamics* New York: Artech House, 1995.

[23] ROBERTSON, W. M. *et al.*: *Measurement of photonic band structure in a two-dimensional periodic dielectric array.* Phys. Rev. Lett. **68**, 2023 (1992).

[24] ROBERTSON, W. M. *et al.*: *Observation of surface photons on periodic dielectric arrays.* Opt. Lett. **18** (1993) 528.

[25] HO, K. M. *et al.*: *Photonic band gaps in three dimensions: New layer-by-layer periodic structures.* Solid State Comm. **89**, 413 (1994)

[26] PENDRY, J. B. *et al.*: *Extremely Low Frequency Plasmons in Metallic Mesostructures.* Phys. Rev. Lett. **76**, 4773 (1996).

[27] A. L. POKROVSKY, A. L. Efros: *Electrodynamics of Metallic Photonic Crystals and the Problem of Left-Handed Materials.* Phys. Rev. Lett. **89**, 093901 (2002).

[28] MARKOŠ, P., Soukolis, C. M.: *Absorption losses in periodic arrays of thin metallic wires.* Opt. Lett. **28**, 846 (2003).

[29] PENDRY, J. B. *et al.*: *Magnetism from conductors and enhanced non-linear phenomena.* IEEE Trans. on Microwave Theory and Techn. **47**, 2075 (1999).

[30] SHELBY, R. A., SMITH, D. R., SCHULTZ, S.: *Experimental verification of a negative index of refraction.* Science **292**, 77 (2001).

[31] SMITH, D. R. *et al.*: *Determination of effective permittivity and permeability of metamaterials from reflection and transmission coefficients.* Phys. Rev. B **65**, 195104 (2002).

[32] FAN, S. *et al.*: *Temporal coupled-mode theory for the Fano resonance in optical resonators.* J. Opt. Soc. Am. A **20**, 569 (2003)
FAN, S., JOANNOPOULOS, J. D.: *Analysis of guided resonances in photonic crystal slabs.* Phys. Rev. B **65**, 235112 (2002).

[33] GRIGORENKO, A. N. *et al.*: *Nanofabricated media with negative permeability at visible frequencies.* Nature **435**, 3152 (2005).

[34] YEE K. S.: *Numerical Solution of Initial Boundary Value Problems Involving Maxwell's Equations in Isotropic Media* IEEE Trans. Ant. Propag. **14**, 302 (1966).

[35] VESELAGO, V. G.: *The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ϵ and μ.* Sov. Phys. Usp. **10**, 509 (1968).

[36] PENDRY, J. B.: *Negative Refraction Makes a Perfect Lens.* Phys. Rev. Lett. **85**, 3966 (2000).

[37] LI, J., *et al.*: *Photonic Band Gap from a Stack of Positive and Negative Index Materials.* Phys. Rev. Lett. **90**, 083901 (2003).

[38] VALENTINE, J. *et al.*: *Three Dimensional Optical Metamaterial Exhibiting Negative Refractive Index.* Nature **455**, 376, (2008).

[39] LAPIN, I.: *Elektromagnetické vlny v periodických prostrediach* Bakalárska práca, FEI STU 2009.

[40] RUDOLF, M.: *Šírenie elektromagnetických vĺn vo fotonických štruktúrach.* Diplomová práca, FEI STU 2012.

[41] RUDOLF, M.: *Povrchové vlny.* ŠVOČ FEI STU 2010.

[42] RUPPIN, R.: *Surface polaritons of the left handed medium.* Phys. Lett. A **277**, 61 (2000).

[43] VÁRY, T: *Povrchové elektromagnetické vlny na rozhraní kov-dielektrikum.* PhD práca, FEI STU 2012.

[44] EBBESEN, T. V. *et al.*: *Extraordinary optical transmission through sub-wavelength hole arrays.* Nature (London) **391**. 667 (1998).
GARCIA-VIDAL, F. J. *et al.*: *Light passing through subwavelength apertures.* Rev. Mod. Phys. **82**, 729 (2010).

[45] SÖNNICHSEN, C. *et al.*: *Drastic Reduction of Plasmon Damping in Gold Nanorods.* Phys. Rev. Lett. **88**, 077402 (2002).

[46] JOHNSON, P. B., CHRISTY, R. W.: *Optical Constants of the Noble Metals.* Phys. Rev. B **6**, 4370 (1972).