

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY

ODHAD FUNDAMENTÁLNEJ MATICE PRE
PRÍPAD PLANÁRNEHO POHYBU
BAKALÁRSKA PRÁCA

2023

EVA OBŠIVANOVÁ

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY

ODHAD FUNDAMENTÁLNEJ MATICE PRE
PRÍPAD PLANÁRNEHO POHYBU
BAKALÁRSKA PRÁCA

Študijný program: Aplikovaná informatika
Študijný odbor: Informatika
Školiace pracovisko: Katedra aplikovanej informatiky
Školiteľ: Ing. Viktor Kocur, PhD.

Bratislava, 2023
Eva Obšivanová



Univerzita Komenského v Bratislave
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

Meno a priezvisko študenta: Eva Obšivanová
Študijný program: aplikovaná informatika (Jednoodborové štúdium, bakalársky I. st., denná forma)
Študijný odbor: informatika
Typ záverečnej práce: bakalárska
Jazyk záverečnej práce: slovenský
Sekundárny jazyk: anglický

Názov: Odhad fundamentálnej matice pre prípad planárneho pohybu
Fundamental matrix estimation under planar motion

Anotácia: Fundamentálna matica obsahuje všetky dostupné informácie o relatívnej pozícii dvoch kamier. Je možné ju odhadnúť na základe rôznych druhov korešpondencií v snímkach, ktoré tieto kamery zaznamenali. V prípade, že relatívny pohyb medzi pozíciami dvoch kamier je planárny musí fundamentálna matica spĺňať podmienku navyše a redukuje sa tak jej počet stupňov voľnosti. Tento fakt je možné využiť pri návrhu algoritmov na jej odhad.

Cieľ: Cieľom práce bude spracovať prehľad problematiky odhadu fundamentálnej matice, navrhnúť algoritmy na jej odhad, ktoré využívajú podmienku vyplývajúcu z planárneho pohybu a experimentálne vyhodnotiť takéto algoritmy v porovnaní s algoritmami pre obecný pohyb najmä z hľadiska presnosti a rýchlosti výpočtu.

Vedúci: Ing. Viktor Kocur, PhD.
Katedra: FMFI.KAI - Katedra aplikovanej informatiky
Vedúci katedry: doc. RNDr. Tatiana Jajcayová, PhD.
Dátum zadania: 05.10.2021

Dátum schválenia: 19.09.2022
doc. RNDr. Damas Gruska, PhD.
garant študijného programu

.....
študent

.....
vedúci práce

Pod'akovanie: Chcela by som sa poďakovať môjmu školiteľovi Ing. Viktorovi Kocurovi za cenné rady, poskytnuté informácie a pomoc pri riešení tejto bakalárskej práce.

Abstrakt

Cieľom tejto bakalárskej práce je spracovanie problematiky odhadu fundamentálnej matice, implementovať a navrhnúť nové algoritmy na jej odhad, ktoré využívajú podmienku vyplývajúcu z planárneho pohybu a experimentálne vyhodnotiť takéto algoritmy s algoritmami pre obecný pohyb z pohľadu presnosti a rýchlosti výpočtu. V práci je skúmaný algoritmus, ktorý na odhad využíva 6 bodových korešpondencií.

Kľúčové slová: matica, rotácia, translácia

Abstract

Abstract in the English language (translation of the abstract in the Slovak language).

Keywords:

Obsah

Úvod	1
1 Základy dierkovej komory a fundamentálnej matice	3
1.1 Základy projekcie dierkovej komory	3
1.2 Epipolárna geometria	5
1.3 Fundamentálna matica	6
1.3.1 8-bodový algoritmus	7
1.3.2 7-bodový algoritmus	8
1.3.3 Esenciálna matica	8
1.3.4 Dekompozícia fundamentálnej matice	9
1.4 Fundamentálna matica pre prípad planárneho pohybu	9
2 Použité technológie	11
2.1 Python	11
2.2 Numpy	11
2.3 OpenCV	11
2.4 PoseLib	11
3 Výsledky	13
3.1 Odchýlky výpočtu rotačnej matice	13
3.1.1 Testovanie na reálnych dátach	13
3.1.2 Testovanie na vygenerovaných dátach	14
3.2 Odchýlky výpočtu translácie	16
3.2.1 Testovanie na reálnych dátach	16
3.2.2 Testovanie na vygenerovaných dátach	17
3.3 Porovnanie rýchlosti výpočtu	18
3.3.1 Rýchlosť výpočtu na reálnych dátach	18
3.3.2 Rýchlosť výpočtu na vygenerovaných dátach	18
Záver	21
Príloha A	25

Zoznam obrázkov

1.1	Zobrazenie šošovkou	4
1.2	Zobrazenie dierkovou kamerou	4
1.3	Epipolárna geometria	6
3.1	Výpočet rotačnej matice na reálnych dátach s nelineárnou optimalizáciou	13
3.2	Výpočet rotačnej matice na reálnych dátach bez nelineárnej optimalizácie	14
3.3	Výpočet rotačnej matice na vygenerovaných dátach s nelineárnou optimalizáciou	14
3.4	Výpočet rotačnej matice na vygenerovaných dátach bez nelineárnej optimalizácie	15
3.5	Výpočet translácie na reálnych dátach s nelineárnou optimalizáciou . .	16
3.6	Výpočet translácie na reálnych dátach bez nelineárnej optimalizácie . .	16
3.7	Výpočet translácie na vygenerovaných dátach s nelineárnou optimalizáciou	17
3.8	Výpočet translácie na vygenerovaných dátach bez nelineárnej optimalizácie	17

Zoznam tabuliek

3.1	Časy pre 6-bodový algoritmus na reálnych dátach	18
3.2	Časy pre 7-bodový algoritmus na reálnych dátach	18
3.3	Časy pre 6-bodový algoritmus na vygenerovaných dátach	18
3.4	Časy pre 7-bodový algoritmus na vygenerovaných dátach	18

Úvod

Cieľom práce bude spracovať prehľad problematiky odhadu fundamentálnej matice, navrhnúť algoritmy na jej odhad, ktoré využívajú podmienku vyplývajúcu z planárneho pohybu a experimentálne vyhodnotiť takéto algoritmy v porovnaní s algoritmami pre obecný pohyb najmä z hľadiska presnosti a rýchlosti výpočtu.

Kapitola 1

Základy dierkovej komory a fundamentálnej matice

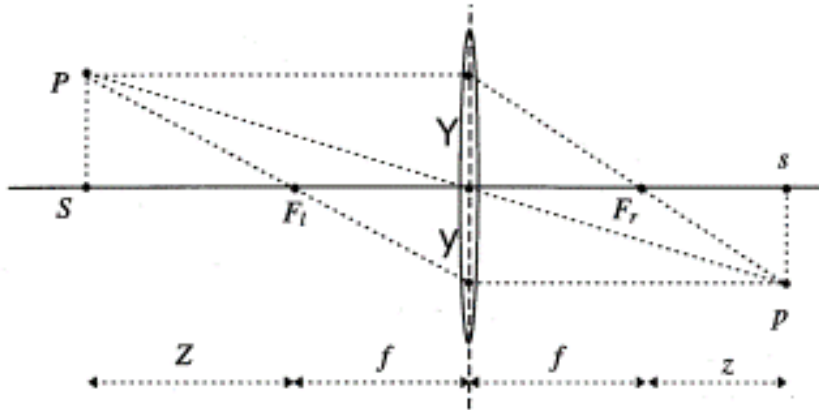
Táto kapitola je zameraná na projekciu dierkovej komory. Jej hlavným cieľom je oboznámiť čitateľa s geometrickým zobrazením obrazu pomocou kamery, algebraickým vyjadrením vlastností kamery a priblížiť problematiku algoritmov slúžiacich na výpočet fundamentálnej matice. Zamýšľaná súradnicová sústava je pravouhlá 3-rozmerná (Euklidovský priestor).

1.1 Základy projekcie dierkovej komory

Dierková kamera popisuje zobrazenie bodu z 3-rozmerného priestoru do 2-rozmerného priestoru. Tento model je použiteľný na modelovanie väčšiny moderných kamier.

Predstavme si tmavú miestnosť (komoru) s malou dierkou v stene. Keď sa niekto pozrie cez dierku, uvidí prevrátený obraz objektu z vonku, ten môže byť ťažko viditeľný, preto by mal byť objekt svetlý, pre uľahčenie prieniku svetla cez dierku do komory. Pre zjednodušenie viditeľnosti v komore sa používajú šošovky, tie uľahčujú šírenie svetla.

Deje sa to tak vďaka lomu svetla, to prechádza cez šošovku, tá spôsobuje to, že svetlo sa šíri rozdielne vnútri a mimo šošovky. Svetelný lúč, ktorý vniká do šošovky paralelne s optickou osou opustí šošovku cez ohnisko a vznikne tak prevrátený obraz na druhej strane šošovky. Tento proces je geometricky zobrazený na Obr. 1.1.

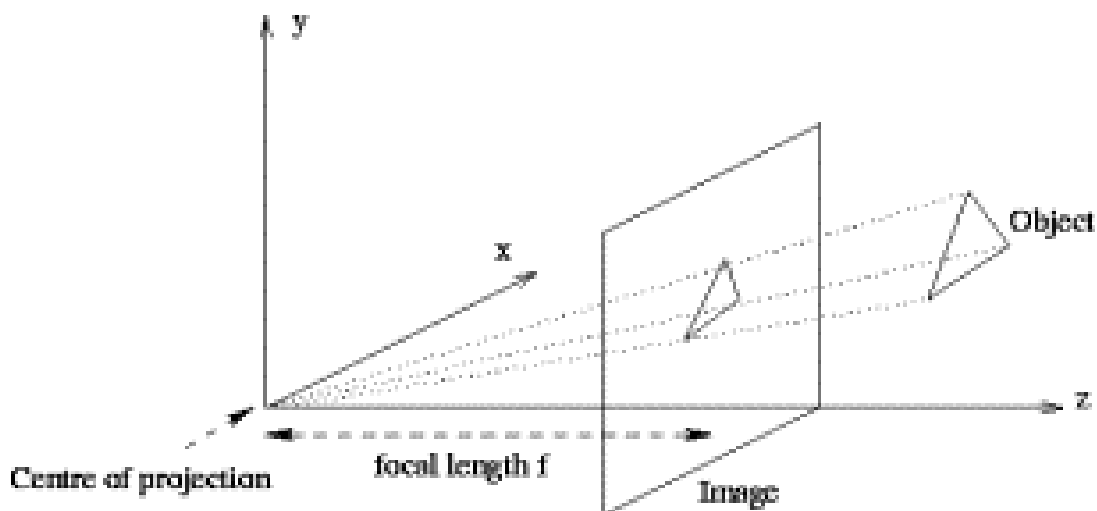


Obr. 1.1: Preniknutím svetelného lúča do šošovky vznikne prevrátený obraz p predmetu P na druhej strane šošovky. P - predmet, p - obraz, F_t - ohnisko šošovky, f - ohnisková vzdialenosť, Z - vzdialenosť predmetu od ohniska, z - vzdialenosť obrazu od ohniska, Y - výška predmetu, y - výška obrazu [6].

Modelom dierkovej kamery môžeme určiť výšku obrazu y pomocou nasledujúcej rovnice:

$$\frac{Y}{Z} = -\frac{y}{f} \Leftrightarrow y = -f \frac{Y}{Z} \quad (1.1)$$

príčom Y je výška predmetu, f je ohnisková vzdialenosť, Z je vzdialenosť predmetu od ohniska a z je vzdialenosť obrazu od ohniska.



Obr. 1.2: Centre of projection vyjadruje stred kamery, focal length f vyjadruje ohniskovú vzdialenosť, image vyjadruje obraz a object vyjadruje zobrazovaný predmet.

Obraz je umiestnený pred kamerou [6]. Aby sme nedostali prevrátený obraz za šošovkou, otočíme znamienka x-ovej a y-ovej osi. Tým vznikne zobrazenie π dané rovnicou

$$\pi : R^3 \mapsto R^2; \vec{X} \mapsto \vec{x} = \pi(\vec{X}) = \begin{pmatrix} f \frac{X}{Z} \\ f \frac{Y}{Z} \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

Homogénne súradnice slúžia na zobrazenie objektov z 3-rozmerného do 2-rozmerného priestoru. Použitím homogénnych súradníc v tomto systéme je perspektívna transformácia daná nasledujúcou rovnicou:

$$w\vec{x} = w \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = K [R|\vec{t}] \vec{X} \quad (1.3)$$

V rovnici (1.3) sú dve matice K a $[R|\vec{t}]$, kde K vyjadruje vlastnosti šošovky (škálovanie, optická vzdialenosť), hovorí sa jej tiež matica vnútorných parametrov, $[R|\vec{t}]$ je takzvaná matica vonkajších parametrov a vyjadruje umiestnenie kamery prostredníctvom jej rotácie R a translácie \vec{t} . V prípade ak máme iba jednu kameru tak si môžeme určiť, že optický stred kamery je v počiatku súradnej sústavy a jej osy sú zarovnané, tak že z-ová os leží kolmo na zobrazovaciu rovinu a zvyšné dve osi sú zarovnané so súradnou rovinou. V takom prípade budú tieto matice v tvare:

$$K = \begin{pmatrix} f & s & p_x \\ 0 & f & p_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, R = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \vec{t} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.4)$$

Parameter s v matici K je parameter skosenia, u väčšiny je rovný nule, f vyjadruje optickú vzdialenosť šošovky kamery a (p_x, p_y) sú súradnice hlavného bodu.

Súčin $K [R|\vec{t}]$ sa tiež označuje ako P . Maticu P nazývame maticou projekcie dierkovej komory.

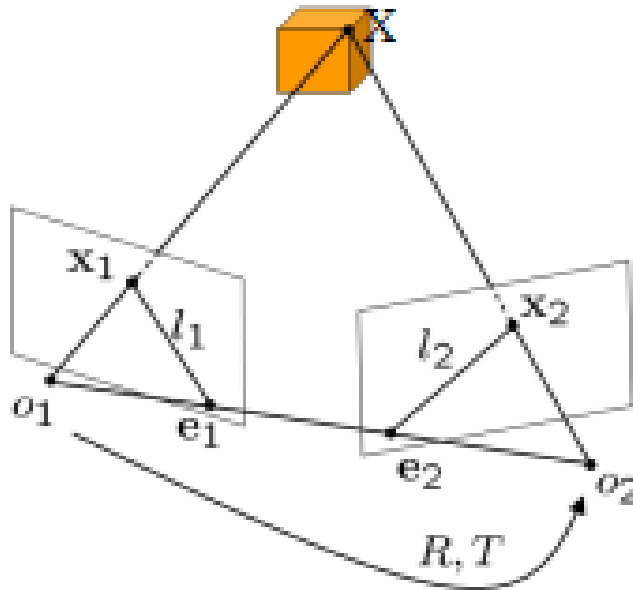
Zobrazenie bodu z 3-rozmerného priestoru do 2-rozmerného priestoru škálovaním optickej vzdialenosti a delením súradnicou Z nie je lineárna transformácia (spôsobené delením Z), to sťažuje invertovateľnosť matice (k matici neexistuje inverzná matica). Dá sa tomu predchádzať tak, že za Z dosadíme konštantu $\lambda > 0$, ktorá vyjadruje vzdialenosť objektu od kamery a tým dostaneme rovnicu 1.5

$$\lambda x = K [R|t] X \quad (1.5)$$

1.2 Epipolárna geometria

Epipolárna geometria popisuje vzťah medzi dvoma pohľadmi na jednu scénu z rôznych pozícií. Závisí od vnútorných parametrov kamier. Umožňuje určiť polohu 3D bodu v

priestore vzhľadom na jeho 2D projekciu z dvoch obrazov.



Obr. 1.3: Dve kamery s optickými centrami o_1 a o_2 snímajú bod X , ktorého obrazy sú x_1 a x_2 . Prieniky úsečky (o_1, o_2) s každou rovinou obrazu sa nazývajú epipóly e_1 a e_2 . Prieniky epipolárnej roviny (o_1, o_2, X) a rovinou obrazu sa nazývajú epipolárne priamky l_1, l_2 . R vyjadruje rotáciu kamery a T vyjadruje jej transláciu. Každý snímaný 3D bod má vlastnú epipolárnu rovinu, avšak epipóly zostávajú zachované [7].

1.3 Fundamentálna matica

Fundamentálna matica algebraicky vyjadruje vzťahy v epipolárnej geometrii. Ak máme dve kamery K a K' , jedna má $R = I$, $\vec{t} = \vec{0}$ a druhá má nejaké R a \vec{t} , potom predpis pre fundamentálnu maticu je možné zapísať ako 1.6 [3]

$$F = K'^{-T} [\vec{t}]_x R K^{-1} \quad (1.6)$$

Je to 3×3 singulárna matica označovaná písmenom F (čiže $\det(F) = 0$). Táto matica obsahuje všetky informácie o pozícii dvoch kamier, ktoré vieme z obrazov získať. Má 7 stupňov voľnosti a platí $\text{rank}(F) = 2$.

Ak je bod X v 3D priestore zobrazený ako \vec{x} v prvom obraze a \vec{x}' v druhom obraze potom zobrazené body sú vyjadrené vzťahom

$$\vec{x}'^T F \vec{x} = 0 \quad (1.7)$$

Daním dostatočného počtu (aspoň 7) takýchto bodov je možné vypočítať neznámu fundamentálnu maticu F . Každá bodová zhoda $\mathbf{x} = (x, y, 1)^T$ a $\mathbf{x}' = (x', y', 1)^T$ je lineárna rovnica v neznámych elementoch matice F . Koefficienty tejto rovnice sú vyjadrené pomocou súradníc x a x' . Rovnica zodpovedajúca bodom $(x, y, 1)$ a $(x', y', 1)$ je 1.8, je to vlastne prepis pôvodnej rovnice

1.7

$$x'xf_{11} + x'yf_{12} + x'f_{13} + y'xf_{21} + y'yf_{22} + y'f_{23} + xf_{31} + yf_{32} + f_{33} = 0 \quad (1.8)$$

Označme \vec{f} 9-vektor pozostávajúci z prvkov F v poradí podľa radov. Potom (1.8) možno vyjadriť ako skalárny súčin vektora

$$(x'x, x'y, x', y'x, y'y, y', x, y, 1)\vec{f} = 0 \quad (1.9)$$

Z množiny n bodových zhôd dostaneme množinu lineárnych rovníc

$$A\vec{f} = \begin{pmatrix} x'_1x_1 & x'_1y_1 & x'_1 & y'_1x_1 & y'_1y_1 & y'_1 & x_1 & y_1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x'_nx_n & x'_ny_n & x'_n & y'_nx_n & y'_ny_n & y'_n & x_n & y_n & 1 \end{pmatrix} \vec{f} = 0 \quad (1.10)$$

Toto je homogénny systém rovníc. Aby existovalo riešenie, matica A musí obsahovať nanajvyš 8 rovníc, z dôvodu ekvivalencii voči násobeniu matice skalárom, ktorá vzniká kvôli homogénnym súradniciam. Ak sú dáta kvôli šumu nepresné, potom môže A mať hodnotu 9, vtedy je možné nájsť riešenie najmenších štvorcov. Pre \vec{f} to je singulárny vektor zodpovedajúci najmenej singulárnej hodnote A , čiže poslednému stĺpcu V v SVD dekompozícii A .

SVD (singular value decomposition) matice $A \in R^{m \times n}$ je rozklad matice na 3, ktorých súčin vytvorí maticu A .

$$A = USV^T \quad (1.11)$$

Kde $U \in R^{m \times m}$ (ľavá singulárna matica) a $V \in R^{n \times n}$ (pravá singulárna matica) sú ortogonálne matice a $S \in R^{m \times n}$ je diagonálna matica a obsahuje singulárne hodnoty matice A .

1.3.1 8-bodový algoritmus

Existuje viacero spôsobov ako vypočítať fundamentálnu maticu. Jedným z nich je 8-bodový algoritmus.

Použitím matice A tvorenej najmenej 8 bodovými korešpondenciami získame singulárny vektor \vec{f} zodpovedajúci najmenej vlastnej hodnote získanej pomocou SVD dekompozície matice A . To minimalizuje $|A\vec{f}|$ kým $|\vec{f}| = 1$. Toto riešenie nezaručuje,

že výsledná matica \hat{F} bude singularárna. Singularnú maticu F získame použitím SVD matice $\hat{F} = U \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) V^T$. Potom F má tvar

1.12, pre tuto maticu platí, že $\text{rank}(F) = 2$ a zároveň minimalizuje $\|F - \hat{F}\|$.

$$F = U \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, 0) V^T \quad (1.12)$$

1.3.2 7-bodový algoritmus

Ďalším spôsobom vypočítania fundamentalnej matice je takzvaný 7-bodový algoritmus. Použitím lineárneho systému (1.10), kde matica A bude zložená zo 7 vektorov, takže matica A bude mať hodnotu 7. To znamená, že jadro má dva rozmery. Použitím SVD získame dva vektory \vec{f}_1 a \vec{f}_2 , ktoré určujú bázu jadra. To znamená, že F je lineárnou kombináciou matíc F_1 a F_2 .

$$F = \alpha F_1 + (1 - \alpha) F_2 \quad (1.13)$$

Pre nájdenie F , treba vyriešiť rovnicu:

$$\det(F) = \det(\alpha F_1 + (1 - \alpha) F_2) = 0 \quad (1.14)$$

Táto rovnica je kubická s neznámou α , môže mať 1, alebo 3 reálne korene. Imaginárne korene neuvažujeme ako riešenia lebo F je reálna.

1.3.3 Esenciálna matica

V prípade, že sú kamery kalibrované, môžeme potom definovať $\hat{x} = K^{-1}x$ a $\hat{x}' = K^{-1}x'$. Vďaka tomu postupnými úpravami rovnice 1.7 dostaneme:

$$0 = x'^T F \vec{x} = x'^T K'^T F K \vec{x} = \tilde{x}'^T K'^T K'^{-T} [t]_x R K^{-1} K \vec{x} = \tilde{x}'^T [t]_x R \hat{x} = \tilde{x}'^T E \hat{x} = 0 \quad (1.15)$$

Z rovnice 1.15 vyplýva:

$$E = [t]_x R \quad (1.16)$$

Maticu E nazývame esenciálna matica a je to matica, ktorá zodpovedá pohľadom dvoch kalibrovaných kamier. Tiež z tejto rovnice vyplýva 1.17.

$$E = K'^T F K \quad (1.17)$$

E má vlastnosť $\text{rank}(E) = 2$ a má dve singularne hodnoty, ktoré sú rovnaké, čiže SVD E vyzerá nasledovne:

$$E = U \text{diag}(\sigma, \sigma, 0) V^T \quad (1.18)$$

Z čoho plynie, že esenciálna matica má 5 stupňov voľnosti, čo je o 2 menej v porovnaní s fundamentálnou maticou.

Získaním fundamentálnej matice je možné vypočítať rotačnú maticu R a translačný vektor \vec{t} za pomoci esenciálnej matice (1.15).

Esenciálna matica vzniká súčinom asymetrického translačného vektora $[\vec{t}]$, fundamentálnej matice a matice vnútorných parametrov R 1.16. Na získanie $[\vec{t}]$ a R budeme potrebovať dve matice W a Z .

$$W = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad Z = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.19)$$

Keď dekompozícia E za pomoci SVD vyzerá $E = U \text{diag}(1, 1, 0) V^T$ dostaneme:

$$[t]_x = U Z U^T R = U W V^T \text{ alebo } U W^T V^T \quad (1.20)$$

Výsledkom sú 4 konfigurácie, 2 podľa výberu R a 2 zmenou znamienka \vec{t} , avšak len jedna z týchto 4 konfigurácií je správna pre body, ktoré sú pred kamerami.

1.3.4 Dekompozícia fundamentálnej matice

Fundamentálnu maticu možno rozložiť na symetrickú a asymetrickú časť. Symetrická časť je označovaná ako F_s a asymetrická ako F_a .

$$F_s = (F + F^T)/2 \quad F_a = (F - F^T)/2 \quad (1.21)$$

Z rovníc 1.21 vyplýva, že $F = F_s + F_a$.

Matica F_s je symetrická a má 5 stupňov voľnosti a platí pre ňu $\text{rank}(F_s) = 3$. Matica F_a je antisymetrická, má 2 stupne voľnosti. Jej tvar sa dá zapísať ako $F_a = [\vec{x}_a]_x$, kde \vec{x}_a je nulový vektor F_a .

1.4 Fundamentálna matica pre prípad planárneho pohybu

Aby dve nasnímané snímky spĺňali podmienku planárneho pohybu musí platiť, že os rotácie je kolmá na translačný vektor. Pre symetrickú časť fundamentálnej matice F označovanú ako F_s , potom platí $\text{rank}(F_s) = 2$. Podmienka $\det(F_s) = 0$ redukuje počet stupňov voľnosti matice F . Fundamentálna matica F má 7 stupňov voľnosti, avšak pri planárnom pohybe je to len 6 stupňov voľnosti, čo znamená, že na výpočet matice F v prípade planárneho pohybu teoreticky stačí 6 bodových korešpondencií.

Kapitola 2

Použité technológie

V tejto kapitole sú technológie, ktoré boli použité pri implementácií odhadu fundamentálnej matice, ako napríklad programovací jazyk a knižnice. Spomenuté sú tu aj niektoré metódy z knižníc, ktoré boli použité v tejto práci. Okrem nižšie spomenutých boli využité aj knižnice SciPy [10] a Matplotlib [4].

2.1 Python

Python je jeden z najpopulárnejších programovacích jazykov. Vznikol v roku 1991 pôvodne ako skriptovací jazyk. Využívaný je nie len v softvérovom vývoji ale aj pri vedeckých výskumoch a analýze údajov. Tento jazyk má jednoduchú syntax, ktorá sa veľmi podobá prirodzenému jazyku a robusnú knižnicu modulov [9].

2.2 Numpy

Numpy je knižnica pre programovací jazyk Python. Používa sa pre prácu s vektormi a maticami, okrem matematických funkcií poskytuje aj metódy lineárnej algebry [2].

2.3 OpenCV

OpenCV (Open Source Computer Vision) je, ako z názvu vyplýva, open-source knižnica, ktorá obsahuje viac ako 2500 optimalizovaných algoritmov zameraných na počítačové videnie ale aj strojové učenie [1].

2.4 PoseLib

Táto knižnica poskytuje výpočty na odhad polohy kamery, hlavne na kalibrované problémy odhadu absolútnej polohy z rôznych typov korešpondencií [5]. PoseLib je písaná

v C++, čím je zaručená rychlost výpočtu.

V této práci som používala funkciu `estimate_fundamental(...)`, ktorá implementuje 7-bodový algoritmus na výpočet fundamentálnej matice. Do tejto knižnice som doimplementovala metódu `estimate_planar_fundamental_6pt(...)`, tá počíta fundamentálnu maticu pomocou 6-bodového algoritmu.

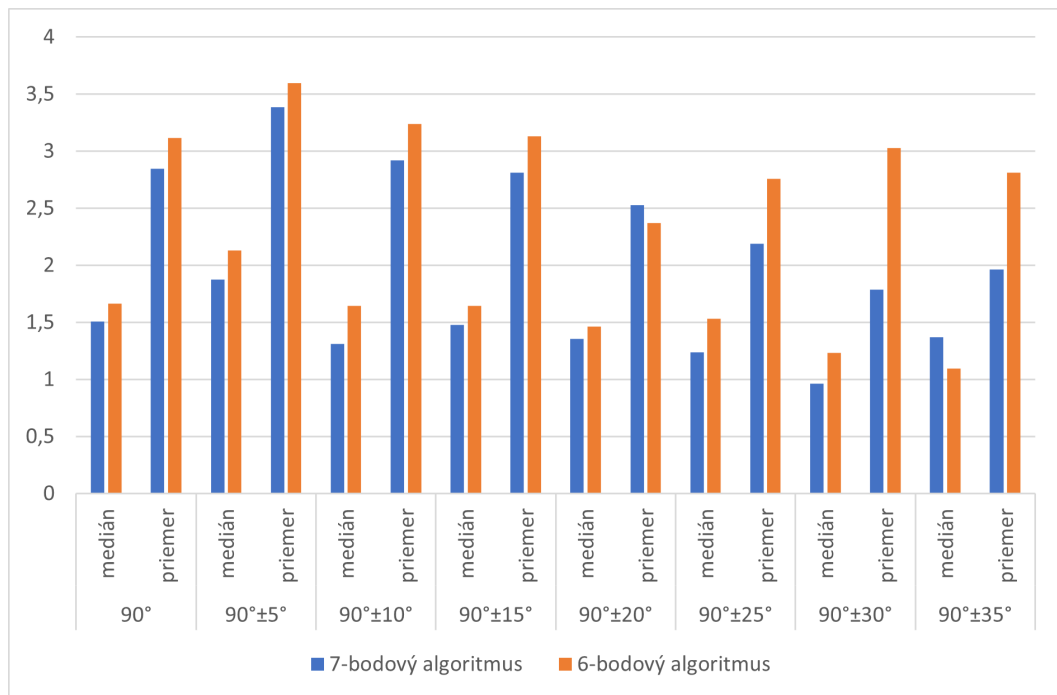
Kapitola 3

Výsledky

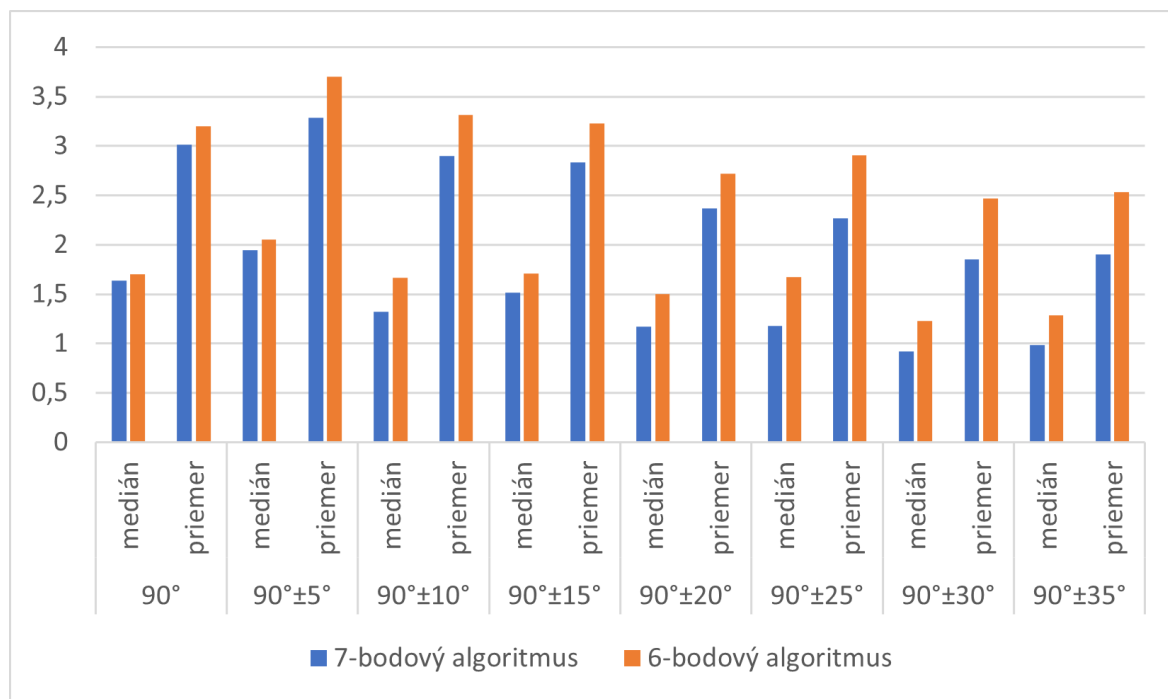
Implementované algoritmy sme testovali na reálnych aj vygenerovaných dátach. Experimenty na reálnych dátach boli vykonávané pomocou Freiburg dataset [8]. Výsledky testov sú porovnávané podľa odchýlky výpočtu rotačnej matice, odchýlky výpočtu translácie a podľa rýchlosti výpočtu, taktiež sú porovnávané výsledky s nelineárnou optimalizáciou a bez nelineárnej optimalizácie.

3.1 Odchýlky výpočtu rotačnej matice

3.1.1 Testovanie na reálnych dátach

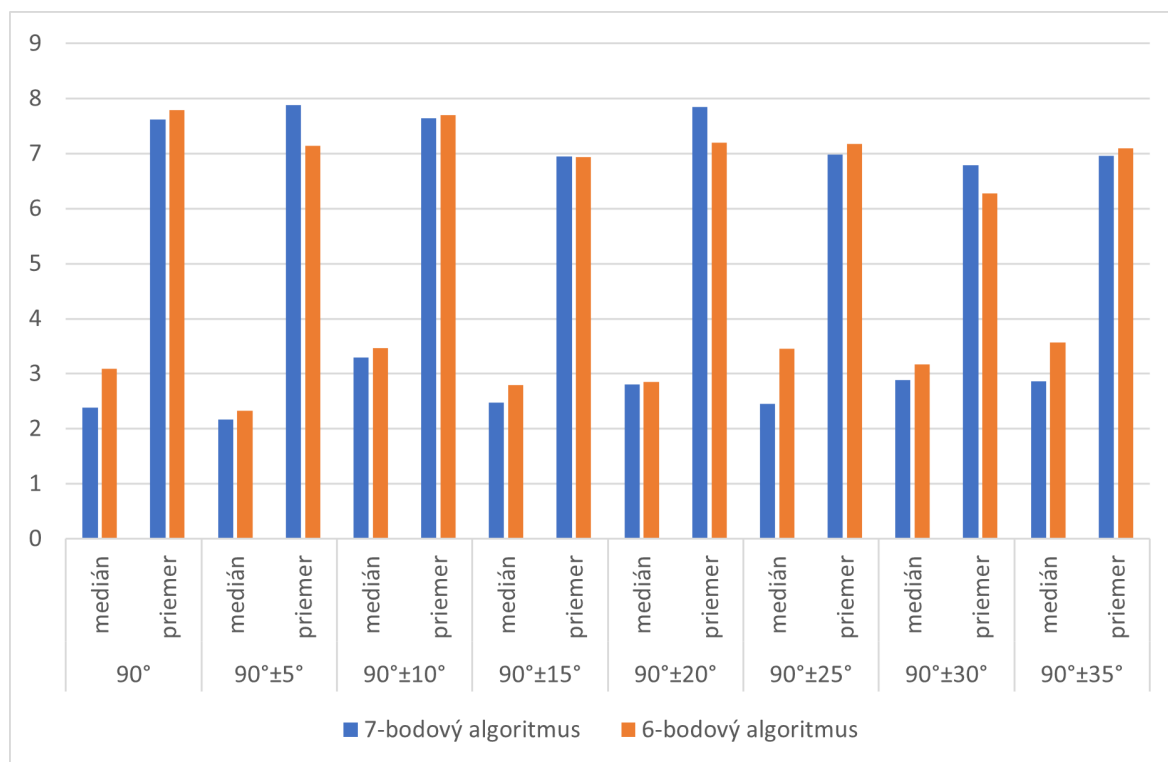


Obr. 3.1: Na grafe je zobrazená priemerná odchýlka rotačnej matice v stupňoch a medián odchýlky pre 7 bodový a 6 bodový algoritmus s nelineárnou optimalizáciou.

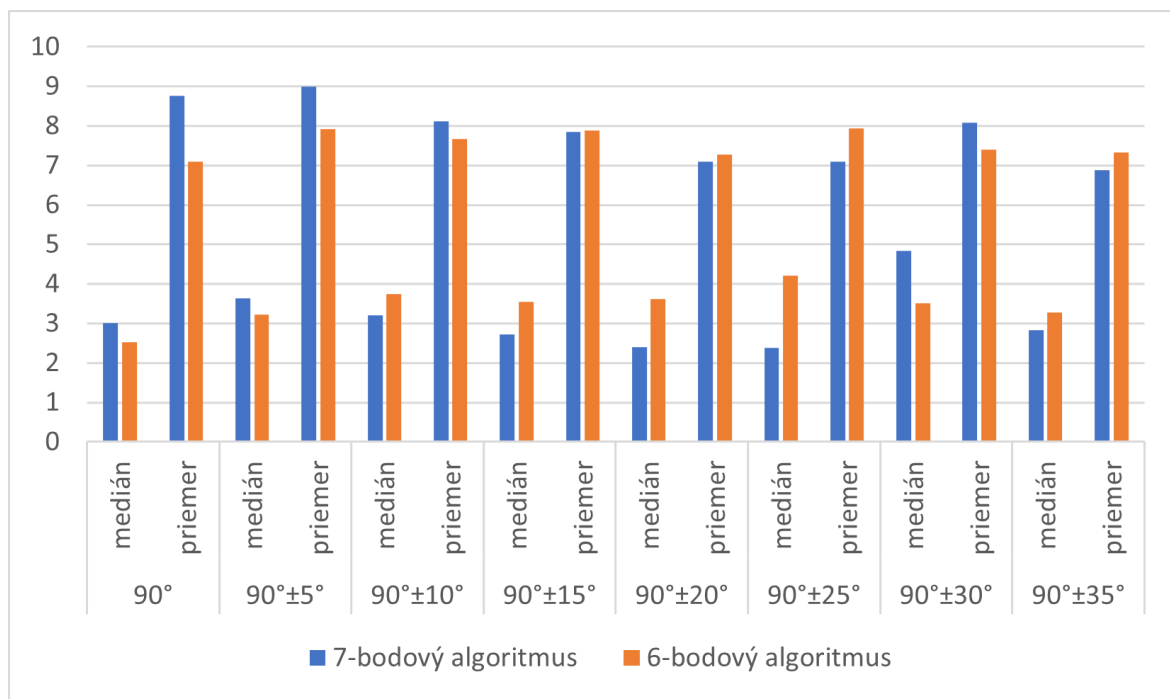


Obr. 3.2: Na grafe je zobrazená priemerná odchýlka rotačnej matice v stupňoch a medián odchýlky pre 7 bodový a 6 bodový algoritmus bez nelineárnej optimalizácie.

3.1.2 Testovanie na vygenerovaných dátach



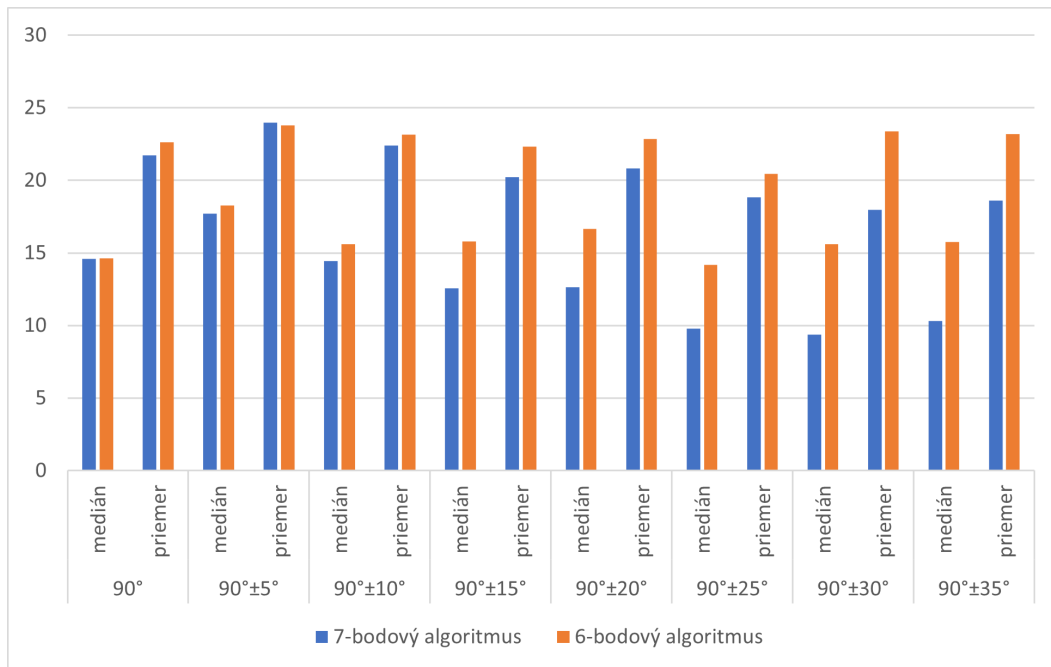
Obr. 3.3: Na grafe je zobrazená priemerná odchýlka rotačnej matice v stupňoch a medián odchýlky pre 7 bodový a 6 bodový algoritmus s nelineárnou optimalizáciou.



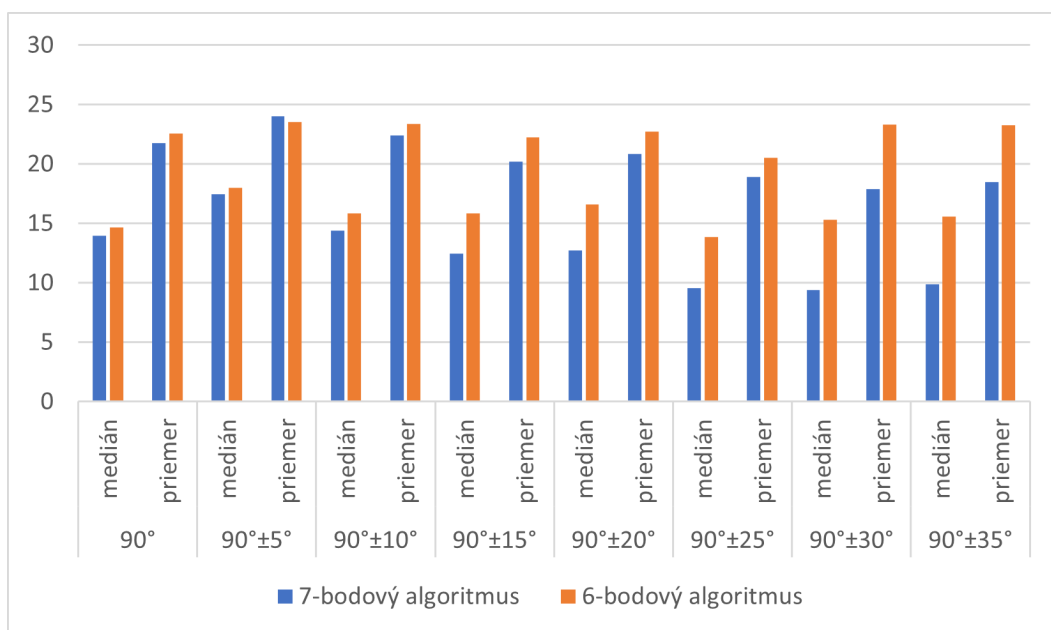
Obr. 3.4: Na grafe je zobrazená priemerná odchýlka rotačnej matice v stupňoch a medián odchýlky pre 7 bodový a 6 bodový algoritmus bez nelineárnej optimalizácie.

3.2 Odchýlky výpočtu translácie

3.2.1 Testovanie na reálnych dátach

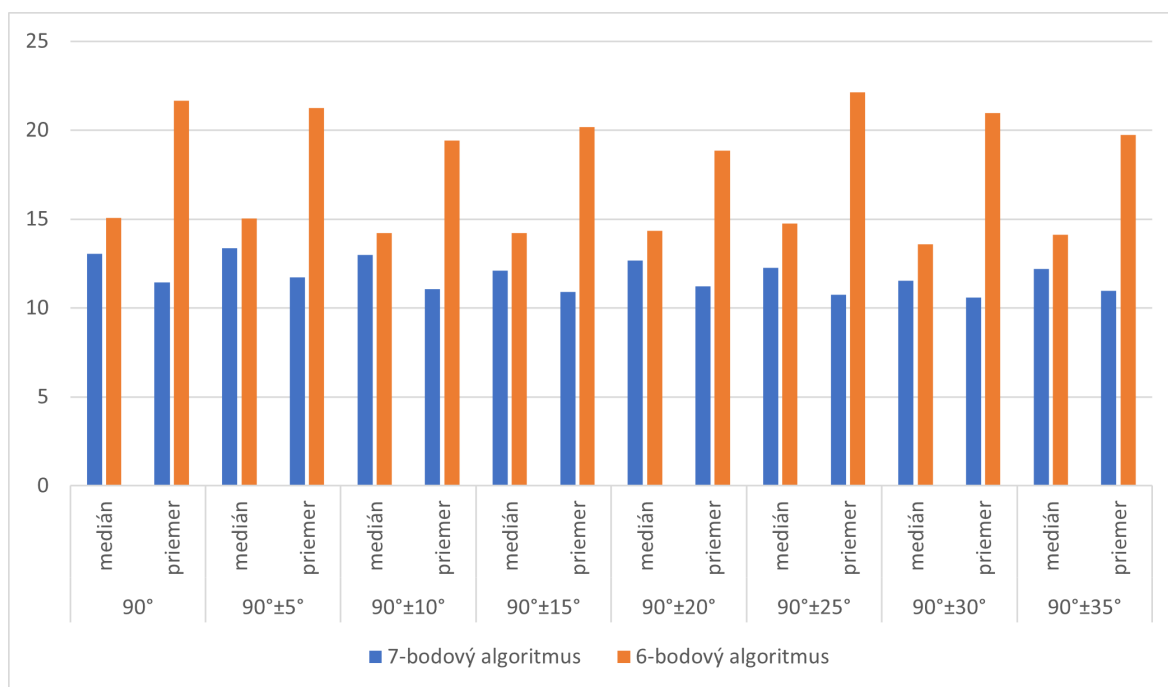


Obr. 3.5: Na grafe je zobrazená priemerná odchýlka translácie v stupňoch a medián odchýlky pre 7 bodový a 6 bodový algoritmus s nelineárnou optimalizáciou.

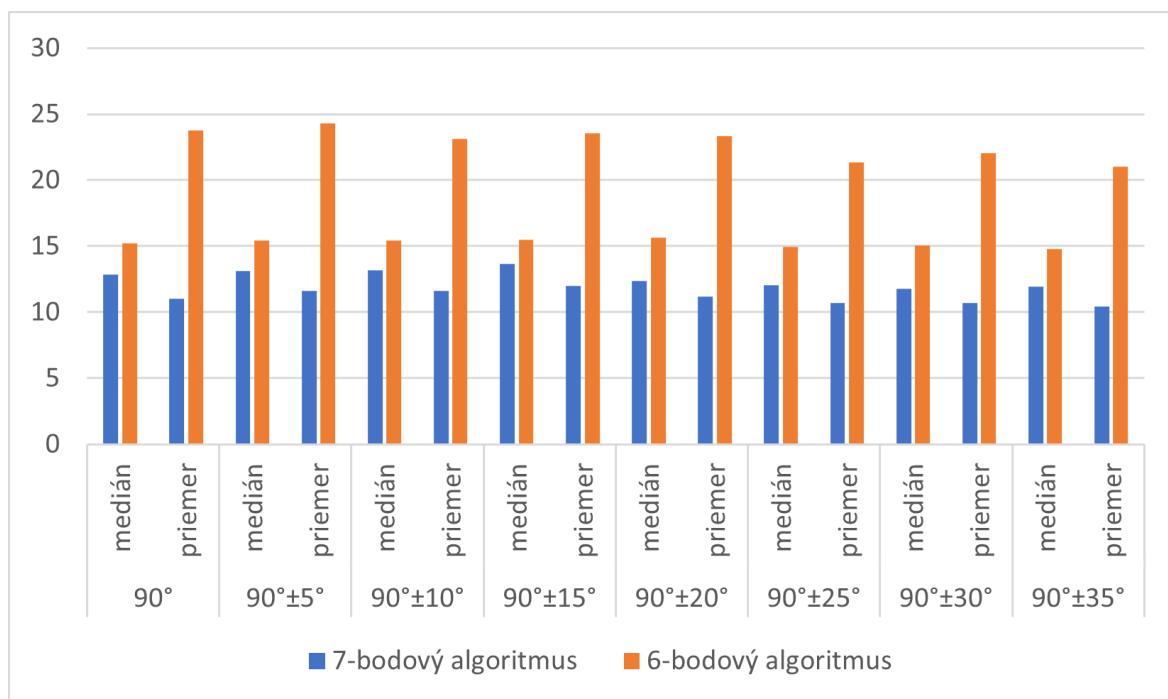


Obr. 3.6: Na grafe je zobrazená priemerná odchýlka translácie v stupňoch a medián odchýlky pre 7 bodový a 6 bodový algoritmus bez nelineárnej optimalizácie.

3.2.2 Testovanie na vygenerovaných dátach



Obr. 3.7: Na grafe je zobrazená priemerná odchýlka translácie v stupňoch a medián odchýlky pre 7 bodový a 6 bodový algoritmus s nelineárnou optimalizáciou.



Obr. 3.8: Na grafe je zobrazená priemerná odchýlka translácie v stupňoch a medián odchýlky pre 7 bodový a 6 bodový algoritmus bez nelineárnej optimalizácie.

3.3 Porovnanie rýchlosti výpočtu

Pri výpočtoch bol použitý počítač s procesorom Intel Core i7-11800H s 2.30GHz frekvenciou.

3.3.1 Rýchlosť výpočtu na reálnych dátach

Tabuľka 3.1: Časy pre 6-bodový algoritmus na reálnych dátach

Nelineárna optimalizácia	Medián (s)	Priemer (s)
Áno	0.09907984733581543	0.1813245180114827
Nie	0.08508753776550293	0.166414894539102

Tabuľka 3.1 obsahuje medián a priemer rýchlosti výpočtu fundamentálnej matice 6-bodovým algoritmom z datasetu.

Tabuľka 3.2: Časy pre 7-bodový algoritmus na reálnych dátach

Nelineárna optimalizácia	Medián (s)	Priemer (s)
Áno	0.058992862701416016	0.0720857769028089
Nie	0.05665898323059082	0.07022902026704228

Tabuľka 3.2 obsahuje medián a priemer rýchlosti výpočtu fundamentálnej matice 7-bodovým algoritmom z datasetu.

3.3.2 Rýchlosť výpočtu na vygenerovaných dátach

Tabuľka 3.3: Časy pre 6-bodový algoritmus na vygenerovaných dátach

Nelineárna optimalizácia	Medián (s)	Priemer (s)
Áno	0.5144845247268677	1.2272588185469309
Nie	0.18655717372894287	0.831988910039266

Tabuľka 3.3 obsahuje medián a priemer rýchlosti výpočtu fundamentálnej matice 6-bodovým algoritmom z vygenerovaných dát.

Tabuľka 3.4: Časy pre 7-bodový algoritmus na vygenerovaných dátach

Nelineárna optimalizácia	Medián (s)	Priemer (s)
Áno	0.049999356269836426	0.05088132411241531
Nie	0.04899179935455322	0.04952277491490046

Tabuľa 3.4 obsahuje medián a priemer času výpočtu fundamentálnej matice 7-bodovým algoritmom z vygenerovaných dát v sekundách.

Záver

Literatúra

- [1] G. Bradski. The OpenCV Library. *Dr. Dobb's Journal of Software Tools*, 2000.
- [2] Charles R. Harris, K. Jarrod Millman, Stéfan J. van der Walt, Ralf Gommers, Pauli Virtanen, David Cournapeau, Eric Wieser, Julian Taylor, Sebastian Berg, Nathaniel J. Smith, Robert Kern, Matti Picus, Stephan Hoyer, Marten H. van Kerkwijk, Matthew Brett, Allan Haldane, Jaime Fernández del Río, Mark Wiebe, Pearu Peterson, Pierre Gérard-Marchant, Kevin Sheppard, Tyler Reddy, Warren Weckesser, Hameer Abbasi, Christoph Gohlke, and Travis E. Oliphant. Array programming with NumPy. *Nature*, 585(7825):357–362, September 2020.
- [3] Richard Hartley and Andrew Zisserman. *Multiple View Geometry in computer vision*. Cambridge University Press, 2004.
- [4] J. D. Hunter. Matplotlib: A 2d graphics environment. *Computing in Science & Engineering*, 9(3):90–95, 2007.
- [5] Viktor Larsson. PoseLib - Minimal Solvers for Camera Pose Estimation, 2020.
- [6] Prof. Daniel Cremers. Perspective projection, chair for computer vision and artificial intelligence departments of informatics & mathematics technical university of munich, 2019. [Citované 2023-02-08] Dostupné z https://vision.in.tum.de/_media/teaching/ss2019/mvg2019/material/multiviewgeometry3.pdf.
- [7] Prof. Daniel Cremers. Reconstruction from two views: Linear algorithms, chair for computer vision and artificial intelligence departments of informatics & mathematics technical university of munich, 2019. [Citované 2023-03-03] Dostupné z https://vision.in.tum.de/_media/teaching/ss2019/mvg2019/material/multiviewgeometry5.pdf.
- [8] J. Sturm, N. Engelhard, F. Endres, W. Burgard, and D. Cremers. A benchmark for the evaluation of rgb-d slam systems. In *Proc. of the International Conference on Intelligent Robot Systems (IROS)*, Oct. 2012.
- [9] Guido Van Rossum and Fred L Drake Jr. *Python reference manual*. Centrum voor Wiskunde en Informatica Amsterdam, 1995.

- [10] Pauli Virtanen, Ralf Gommers, Travis E. Oliphant, Matt Haberland, Tyler Reddy, David Cournapeau, Evgeni Burovski, Pearu Peterson, Warren Weckesser, Jonathan Bright, Stéfan J. van der Walt, Matthew Brett, Joshua Wilson, K. Jarrod Millman, Nikolay Mayorov, Andrew R. J. Nelson, Eric Jones, Robert Kern, Eric Larson, C J Carey, İlhan Polat, Yu Feng, Eric W. Moore, Jake VanderPlas, Denis Laxalde, Josef Perktold, Robert Cimrman, Ian Henriksen, E. A. Quintero, Charles R. Harris, Anne M. Archibald, Antônio H. Ribeiro, Fabian Pedregosa, Paul van Mulbregt, and SciPy 1.0 Contributors. SciPy 1.0: Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python. *Nature Methods*, 17:261–272, 2020.

Príloha A: obsah elektronickej prílohy

V elektronickej prílohe priloženej k práci sa nachádza zdrojový kód programu a súbory s výsledkami experimentov. Zdrojový kód je zverejnený aj na stránkach https://github.com/xEvickA/planar_scripts a <https://github.com/xEvickA/PoseLib>. Dataset, ktorý bol používaný pri práci je na stránke https://cvg.cit.tum.de/rgbd/dataset/freiburg1/rgbd_dataset_freiburg1_xyz.tgz a súbory s výsledkami experimentov sú na stránke <https://drive.google.com/drive/folders/1Y9y1GGe6oBMItcuDEM0kuPusp=sharing>.