

Ročníkový projekt - report za zimný semester

Matúš Bucher, školiteľka doc. RNDr. Edita Mačajová PhD.

Január 2024

Zhrnutie

- Oboznámil som sa s terminológiou súvisiacou s MED-dekompozíciou kubických grafov.
- Navrhol som algoritmus, ktorý overuje existenciu MED-dekompozície pre vstupný graf, a následne tento algoritmus implementoval v programovacom jazyku C++ (viac o algoritme v sekcii *Opis algoritmu*).
- Na programe som otestoval nasledujúce grafy:
 - všetky kubické grafy s počtom vrcholov do 22,
 - TODO

Program našiel MED-dekompozíciu (t.j. overil jej existenciu) pre všetky hranovo 2-súvislé grafy; resp. ak ju nenašiel (tým, že prešiel všetky "zmysluplné" možnosti), tak išlo o graf obsahujúci most. Toto pozorovanie je zatiaľ v súlade so skúmanou hypotézou.

- Pri väčších vstupoch (teda pri vstupných grafoch s väčším počtom vrcholov) je však tento algoritmus už príliš pomalý. Najbližším cieľom (už v letnom semestri) je tak buď zoptimalizovanie tohto algoritmu alebo vytvorenie úplne nového. Kandidátom je použitie nejakého už implementovaného a efektívneho SAT solvera.

Opis algoritmu

Program skúša nájsť nejakú MED-dekompozíciu, pričom dekompozícia hrán je reprezentovaná zafarbením hrán 4 farbami:

m := "matching" hrany (ďalej *m-hrany*)

c := hrany tvoriace cykly, párnosť cyklov sa overuje na konci (ďalej *c-hrany*)

h := hrany tvoriace "cípy" dvojhviezd (ďalej *h-hrany*)

s := hrany tvoriace "stredy" dvojhviezd (ďalej *s-hrany*)

Takéto hranové farbenie kubického grafu G , ktoré spĺňa všetky podmienky MED-dekompozície, nazveme *MED-zafarbenie* grafu G . Pripomeňme si, že *m*-hrany nesmú byť susedné, cykly musia byť navzájom disjunktné (nemôžu zdieľať spoločnú hranu, taktiež cykly musia byť párne) a dvojhviezdy sú nezávislé (vrcholy prislúchajúce dvom rôznym dvojhviezdam nesmú byť susedné).

Zjavne žiadny vrchol nemôže byť súčasne incidentný s *m*-hranou aj *s*-hranou, pretože zvyšná hrana by sa nedala zafarbiť žiadnou farbou, taktiež každý vrchol patriaci do cyklu musí byť incidentný s práve dvoma *c*-hranami. Potom pre každý vrchol platí, že jeho incidentné hrany sú v MED-zafarbení zafarbené jednou z trojíc farieb (m, c, c) , (h, c, c) , alebo (h, h, s) , resp. nejakou jej permutáciou.

Algoritmus teda prejde všetky vrcholy prehľadávaním do šírky, pričom postupne farbí hrany incidentné s vrcholmi nejakou z týchto trojíc farieb (vyskúša všetky možnosti pomocou backtrackingu). Ak narazí na vrchol, ktorého incidentné hrany už sú zafarbené, iba skontroluje, či ide o jednu zo spomínaných trojíc farieb. Napokon, ak sa mu podarí zafarbiť (a skontrolovať) všetky hrany, ešte overí, či sú všetky cykly párne a všetky dvojhviezdy navzájom nezávislé (keďže trojice farieb nám tieto podmienky nezaručujú).