

Kostry v grafoch

—

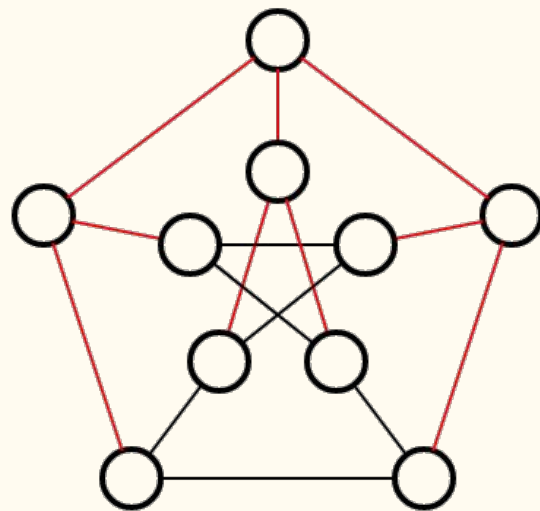
Terézia Strišovská

Cieľ

- navrhnuť a zbehnúť experimenty a určiť ohraničenia pre počet kostier v rôznych triedach grafov
 - vzhľadom na počet vrcholov
- pracujeme s jednoduchými, neorientovanými grafmi
 - bez slučiek a násobných hrán
- zameranie hlavne na regulárne grafy

Základné pojmy

- podgraf
 - graf Y je podgraf grafu X ak platí
 - $V(Y) \subseteq V(X)$
 - $E(Y) \subseteq E(X)$
 - pokrývajúci podgraf - $V(Y) = V(X)$
- strom
 - súvislý acyklický graf
 - strom na n vrcholoch má $n - 1$ hrán
- kostra grafu
 - pokrývajúci podgraf, ktorý je strom
 - minimálna množina hrán, ktorá prepája všetky vrcholy pôvodného grafu



Známe ohraničenia, počty

- cesta, strom - 1 kostra
- cyklus dĺžky n - n kostier
- kompletný graf na n vrcholoch - $n^{(n-2)}$ kostier - Cayleyho formula
 - množina všetkých stromov na n vrcholoch
- k -regulárny graf na n vrcholoch
 - B. McKay $\leq (nk/(n-1))^{(n-1)} / n$
 - N. Alon $> 2^{(n/2)}$

n	\geq	\leq
4	16	16
6	75	81
8	256	392
10	576	2000
12	2112	9800
14	4608	50421

n	$>$	\leq
4	4	16
6	8	100
8	16	696
10	32	5080
12	64	38443
14	128	298434

Regulárne grafy

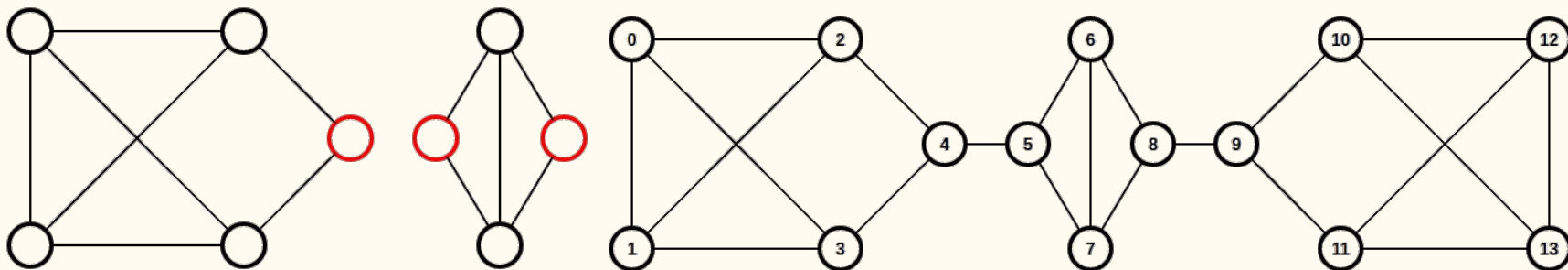
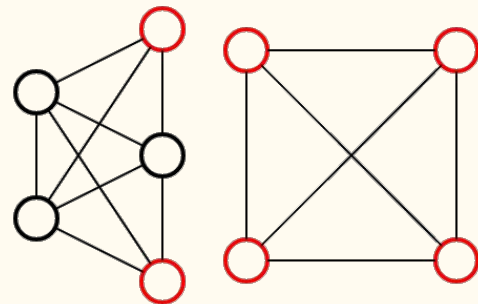
- genreg - generátor súvislých k -regulárnych grafov na n vrcholoch
 - umožňuje generovanie rozdeliť na viacero častí
 - výstup zapisuje do súboru alebo na stdout, ten spracujeme po jednotlivých grafoch a vypočítame ich počet kostier pomocou Kirchhoffovho teorému

```
Laufzeit:2.8s 182317.5 Repr./s
terezia@terezia-ntb:~/genreg/grafy$ GenReg 22 3
GENREG - Generator fuer regulaere Graphen
22 Knoten, Grad 3, Tailenweite mind. 3
Erzeugung gestartet...
7319447 Graphen erzeugt.
Laufzeit:40.1s 182484.3 Repr./s
terezia@terezia-ntb:~/genreg/grafy$
```

```
Laufzeit:18.4s 186344.7 Repr./s
terezia@terezia-ntb:~/genreg/grafy$ GenReg 22 3 -m 1 2
GENREG - Generator fuer regulaere Graphen
22 Knoten, Grad 3, Tailenweite mind. 3
Erzeugung Teil 1 von 2 gestartet...
3425016 Graphen erzeugt.
Laufzeit:18.4s 186344.7 Repr./s
terezia@terezia-ntb:~/genreg/grafy$ GenReg 22 3 -m 2 2
GENREG - Generator fuer regulaere Graphen
22 Knoten, Grad 3, Tailenweite mind. 3
Erzeugung Teil 2 von 2 gestartet...
3894431 Graphen erzeugt.
Laufzeit:21.9s 178071.8 Repr./s
terezia@terezia-ntb:~/genreg/grafy$
```

Regulárne grafy s minimálnym počtom kostier

- obsahujú opakujúce sa podgrafy
- 3-regulárne
 - podgrafy sú prepojené mostami
 - vieme určiť predpokladanú štruktúru grafu a aj jeho počet kostier



Plán do budúcnosti

- popísať 3-regulárne grafy s maximálnym počtom kostier
- analýza výsledkov pre biregulárne grafy kde je iba 1 vrchol odlišného stupňa
- spustiť testy pre biregulárne grafy s rovnakým počtom vrcholov rozdielneho stupňa
- implementácia algoritmu na vygenerovanie všetkých kostier grafu

Ďakujem za pozornosť



Zdroje

MERINGER M., Fast Generation of Regular Graphs and Construction of Cages. *Journal of Graph Theory* 30, 137-146, 1999.

ALON N., The Number of Spanning Trees in Regular Graphs. *Random Struct. Algorithms* 1(2). 1990. 175-182.

McKay B., Spanning Trees in Regular Graphs. *Europ. J. Combinatorics* (1983) 4. 1983. 149-160.

GODSIL C., ROYLE G., *Algebraic Graph Theory*. Springer Science+Business Media, LLC, 2001.

WEST D. B. *Introduction to Graph Theory*. Prentice-Hall, Inc. 1996. 0-13-227828-6.