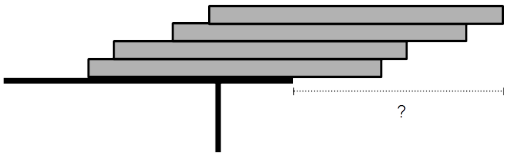
Základy fyziky (1) - Cvičenie 6

Akékoľvek otázky smelo smerujte na
juraj(a)tekel(b)gmail(c)com

Cvičenie bolo 16. 11. 2026

Príklad 1 (■ Ťažisko)**.** Majme N hracích kariet/zápalkových škatuliek/krabíc od pizze/niečoho podobného s najdlhšou hranou a. Ako najďalej za hranu stola môže presahovať okraj najvyššej z nich, ak ich ukladáme na seba?



Príklad 2 (1D zrážka)**.** Majme dve telesa, ktore sa pohybuju po tej istej priamke rychlostami v_1 a v_2.

- Najdite rychlost taziska a rychlosti telies v sustave, kde tazisko stoji.
- Napiste zakon zachovania energie a zakon zachovania hybnosti v tejto sustave.
- Rozmyslite si, ze v tejto sustave "zmenit svoju rychlost na opacnu"je riesenim zakonovzachovania. Rozmyslite si, preco to tak nie je v povodnej (laboratornej) sustave.
- Najdite rychlosti v povodnej sustave.

Príklad 3 (2D zrážka)**.** Majme dva hmotné body s hmotnosťou m. Jeden stojí, druhý do neho narazí a po zrážke sa nepohybujú po pôvodnej priamke, ale pohybujú sa v rovine. Aký môže byť maximálny uhol medzi smermi ich pohybu?

Príklad 4 (■ Biliard)**.** Majme dve gule rovnakej hmotnosti m a rovnakého polomeru R, ktoré sa pružne zrazia.

- Vhodne zvoľte sústavu na popis tejto zrážky.
- Nádite rýchlosti gulí po zrážke a situáciu nakreslite.
- Preštudujte prípad, keď jedna z gulí pred zrážkou stojí.

Príklad 5 (HW Balistické kyvadlo)**.** Bednička s pieskom hmotnosti M visí na špagáte. Rýchlosťou v do nej vletí náboj hmotnosti m a uviazne v nej. Ako výsledok bednička vystúpi do výšky h. Aká bola rýchlosť náboja?

Príklad 6 (HW Približovanie ako nepružná zrážka)**.** Majme dve telesá, ktoré sa odpudzujú silou, ktorá má podobný tvar ako gravitačná.

- Ako vyzerá jej potenciál?
- Ak na začiatku jedno teleso stálo a druhé sa na neho letelo z veľkej vzdialenosti rýchlosťou v, do akej najmenšej vzdialenosti sa telesá dostali?

Príklad 7 (Fyzikálna olympiáda, krajské kolo, kategória D)**.** Na okraji stola výšky H stojí guľa hmotnosti M. Vletí do nej náboj s hmotnosťou m, preletí cez ňu a obe telesá spadnú na zem. Ak sa náboj na začiatku pohyboval rýchlosťou v a po zrážke dopadol do vzdialenosti d od stola, do akej vzdialenosti od stola dopadla guľa? Aká energia sa spotrebovala na prerazenie gule?

Príklad 8 (■ Dvojhviezda)**.** Majme dve rovnako veľké hviezdy hmotnosti m, ktoré okolo seba obiehajú po kružnici rýchlosťou v.

- Kde je ťažisko tejto sústavy?
- Ako vyzerá táto úloha z pohľadu Newtonovho zákona pre jednu planétu? Aký je polomer kružnice, po ktorej planéty obiehajú?
- Aká je redukovaná hmotnosť sústavy? Aký je jej celkový moment hybnosti a celková energia?

- Napíšte zodpovedajúcu pohybovú rovnicu pre fiktívne teleso z prednášky a vyriešte ju. Z toho nájdite polohové vektory každej z planét a overte, že dostanete rovnaký polomer kružnice po ktorej obiehajú, ako z Newtonovho zákona.

Príklad 9 (Dvojhviezda reloaded)**.** Majme dve rovnako veľké hviezdy hmotnosti m, ktoré na začiatku nachádzajú vo vzdialenosti $2R$ a majú rovnakú rýchlosť v kolmú na ich spojnicu. Táto rýchlosť je ale menšia ako rýchlosť potrebná na pohyb po tej istej kružnici (úloha z cvičenia).

- Aký je jej celkový moment hybnosti a celková energia?

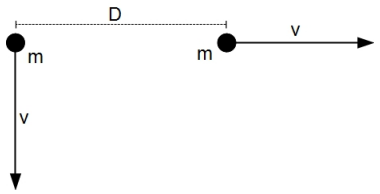
- Ako vyzerá potenciál, v ktorom sa pohybuje fiktívne teleso, ktorého pohyb popisuje pohyb dvoch hviezd? Aké konštanta k v potenciály v termínoch redukovanej hmotnosti μ? Ako vyzerá celková energia a celkový moment hybnosti termínoch k a μ?

- Nájdite pohyb fiktívneho telesa a z neho pohyby oboch hviezd.

Príklad 10 (HW. Zem a Mesiac)**.** Majme dve telesá hmotnosti M a m, ktoré sa od seba nachádzajú vo vzdialenosti D. Aké rýchlosti musia mať, aby sa pohybovali po kružniciach? Aké budú polomery týchto kružníc?

Na úlohu sa dá pozrieť bez ťažkej mašinérie centrálnych potenciálov len cez Newtonovu pohybovú rovnicu. Alebo aj s ním. Urobte oboje.

Príklad 11 (■)**.** Majme dve telesá hmotnosti m. Jednému telesu udelíme rýchlosť v kolmo na ich spojnicu, druhému udelíme rýchlosť v v smere priamo preč od prvého telesa.



Telesá sa priťahujú podľa Newtonovho gravitačného zákona, inak na ne nič nepôsobí.

a. Nájdite rýchlosť ťažiska tejto sústavy. Nájdite rýchlosti telies v ťažiskovej sústave. Aká je redukovaná hmotnosť μ pre tento systém?

b. Nájdite celkovú energiu a celkový moment hybnosti sústavy v ťažiskovej sústave.

c. Akú podmienku musí spĺňať v, aby sa telesá nevzdialili do nekonečna ale obiehali po elispe okolo spoločného ťažiska?

d. Z vyjadrenia E a L nájdite parametre dráhy a, ε virtuálneho telesa, ktorého pohyb určuje pohyb týchto dvoch telies.

e. Nájdite minimálnu a maximálnu vzdialenosť, do ktorej sa od seba telesá dostanú.

f. Explicitne nájdite vyjadrenie pre $\vec{x}_1$ a $\vec{x}_2$ v pôvodnej sústave.

Príklad 12. Ako najbližšie k Slnku sa dostane kométa, ktorá má v najvzdialenejšom bode svojej trajektórie rýchlosť v a je vtedy vo vzdialenosti D od Slnka.

Príklad 13. Máme dve telesá hmotnosti m, ktoré sú veľmi ďaleko od seba a majú rýchlosť v a smer oproti sebe. Ak by medzi nimi nebolo žiadna interakcia, prešli by okolo seba v najmenšej vzdialenosti b. Ako najbližšie sa k sebe dostanú, ak sa navzájom gravitačne priťahujú? Ako sa zmení smer ich rýchlostí, keď sa po vzájomnom priblížení od seba dostatočne vzdialia?

Na domácu úlohu sú dva z príkladov označených HW, tretí potom ako bonus.