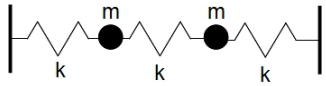
# Základy fyziky (1) – Cvičenie 7

*Cvičenie bolo 23. 11. 2026*

Akékoľvek otázky smelo smerujte na
juraj(a)tekel(b)gmail(c)com

---

**Príklad 1** (■). Rozmyslite si, že problém dvoch telies na troch pružinkách vyzerá v reči matíc nasledovne




$$\begin{pmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{pmatrix} = -\omega_0^2 \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} .$$

Nájdite vlastné čísla a vlastné vektory tejto matice a napíšte všeobecné riešenie pre pohyb tejto sústavy.

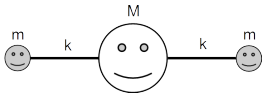
**Príklad 2** (■). V situácií z predchádzajúceho príkladu, tj. pre dve telesá na troch pružinách, nájdite explicitne riešenie pre počiatočné podmienky

$$x_1(0) = -x_0 \ , \ x_2(0) = \dot{x}_1(0) = \dot{x}_2(0) = 0 \ .$$

**Príklad 3** (■). Nájdite pohyb ťažiska sústavy z prechádzajúceho príkladu v oboch módoch pohybu. Rozmyslite si, že v oboch prípadoch platí

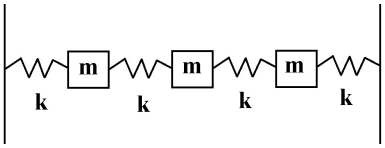
$$\text{súčet hmotností} \times \text{zrýchlenie ťažiska} \qquad (1)$$
$$= \text{súčet (vonkajších) síl} \ . \qquad (2)$$

**Príklad 4.** Urobte podobnú analýzu pohybu ako v prechádzajúich troch príkladoch pre sústavu na obrázku.




Ide o model trojatómovej molekuly.

**Príklad 5** (HW). Majme tri rovnaké telesá hmotnosti $m$, spojené pružinkami s rovnakou tuhosťou do lineárnej retiazky a na krajoch upevnené na fixovanú stenu.




- Napíšte pohybové rovnice pre výchylku z rovnovážnej polohy každého telesa.
- Napíšte tieto rovnice v maticovom tvare a nájdite frekvencie jednotlivých módov. Nájdite zodpovedajúce vlastné vektory a stručne opíšte pohyb, ktorý telesá vykonávajú v tom ktorom móde.
- Ukážte, že v módoch, v ktorých sa mení poloha ťažiska platí rovnica (3).

**Príklad 6** (HW). Interakcia dvoch skutočných neutrálnych atómov alebo molekúl je veľmi dobre popísaná Lennard-Jonesovim potenciálaom

$$U(r) = 4\varepsilon \left[ \left(\frac{\sigma}{r}\right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{r}\right)^{6} \right] .$$

- Rozmyslite si o akú interakciu ide.
- Nájdite rovnovážnu vzdialenosť častíc a efektívnu pružinovú konštantu $k$, ktorá popisuje malé výchylky z tejto polohy.
- Majme molekulu ako na nasledujúcom obrázku.




Interakcia molekúl $m$ je daná jednou sadou parametrov v LJ potenciály a interakcia molekúl $m$ a $M$ druhou sadou. Nájdite rovnovážnu konfiguráciu tejto sústavy a možné frekvencie malých kmitov okolo tejto polohy.

- Nájdite aj zodpovedajúce módy pohybu molekúl a rozmyslite si, ako vyzerajú.

Na domácu úlohu je jeden z príkladov označených HW, druhý potom ako bonus.

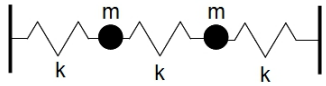
# Základy fyziky (1) – Cvičenie 7

*Cvičenie bolo 23. 11. 2026*

Akékoľvek otázky smelo smerujte na
juraj(a)tekel(b)gmail(c)com

---

**Príklad 1** (■). Rozmyslite si, že problém dvoch telies na troch pružinkách vyzerá v reči matíc nasledovne




$$\begin{pmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{pmatrix} = -\omega_0^2 \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} .$$

Nájdite vlastné čísla a vlastné vektory tejto matice a napíšte všeobecné riešenie pre pohyb tejto sústavy.

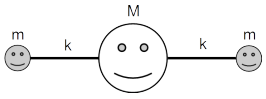
**Príklad 2** (■). V situácií z predchádzajúceho príkladu, tj. pre dve telesá na troch pružinách, nájdite explicitne riešenie pre počiatočné podmienky

$$x_1(0) = -x_0 \ , \ x_2(0) = \dot{x}_1(0) = \dot{x}_2(0) = 0 \ .$$

**Príklad 3** (■). Nájdite pohyb ťažiska sústavy z prechádzajúceho príkladu v oboch módoch pohybu. Rozmyslite si, že v oboch prípadoch platí

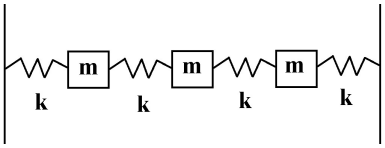
$$\text{súčet hmotností} \ \times \ \text{zrýchlenie ťažiska} \qquad (3)$$
$$= \ \text{súčet (vonkajších) síl} \ . \qquad (4)$$

**Príklad 4.** Urobte podobnú analýzu pohybu ako v prechádzajúich troch príkladoch pre sústavu na obrázku.




Ide o model trojatómovej molekuly.

**Príklad 5** (HW). Majme tri rovnaké telesá hmotnosti $m$, spojené pružinkami s rovnakou tuhosťou do lineárnej retiazky a na krajoch upevnené na fixovanú stenu.




- Napíšte pohybové rovnice pre výchylku z rovnovážnej polohy každého telesa.
- Napíšte tieto rovnice v maticovom tvare a nájdite frekvencie jednotlivých módov. Nájdite zodpovedajúce vlastné vektory a stručne opíšte pohyb, ktorý telesá vykonávajú v tom ktorom móde.
- Ukážte, že v módoch, v ktorých sa mení poloha ťažiska platí rovnica (3).

**Príklad 6** (HW). Interakcia dvoch skutočných neutrálnych atómov alebo molekúl je veľmi dobre popísaná Lennard-Jonesovim potenciálaom

$$U(r) = 4\varepsilon \left[ \left(\frac{\sigma}{r}\right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{r}\right)^{6} \right] .$$

- Rozmyslite si o akú interakciu ide.
- Nájdite rovnovážnu vzdialenosť častíc a efektívnu pružinovú konštantu $k$, ktorá popisuje malé výchylky z tejto polohy.
- Majme molekulu ako na nasledujúcom obrázku.




Interakcia molekúl $m$ je daná jednou sadou parametrov v LJ potenciály a interakcia molekúl $m$ a $M$ druhou sadou. Nájdite rovnovážnu konfiguráciu tejto sústavy a možné frekvencie malých kmitov okolo tejto polohy.

- Nájdite aj zodpovedajúce módy pohybu molekúl a rozmyslite si, ako vyzerajú.

Na domácu úlohu je jeden z príkladov označených HW, druhý potom ako bonus.